

## Abstract

The article titled "Autour des taux écologiques" is a study of an economic environment in which individuals don't care only about their intertemporal flow of consumption but also about the quality of a given natural resource, say air or water, denoted hereafter *environmental good*.

The study of the authors can be divided into three points, the first two being inspired from a seminal article by Roger Guesnerie:

- The first point is that taking into account the elasticity of substitution between consumption good and environmental good can affect the growth rate of consumption in a very standard growth model. Basically, the authors prove that in the case of a low elasticity of substitution, consumption growth rate is reduced by a constraint in the environmental good quality or availability.
- The second point, rooted in the Guesnerie's article, is the introduction of a new notion of interest rate : ecological interest rate. Roughly speaking, this interest rate is the return one can expect from an investment in a sustainable development project, the return being measured in term of quality improvement in the environmental good. Two fundamental formulae are given in the article regarding this notion of ecological interest rate  $\nu$ :

---

$$\begin{array}{l} \text{For a given maturity } T \quad \nu_T = r + \frac{1}{T} \ln \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) - \frac{1}{\sigma T} \ln \left( \frac{c_T^*}{E} \right) \\ \text{Asymptotically} \quad \nu_\infty = r - \frac{g_\infty}{\sigma} \end{array}$$

---

Asymptotic results in the case of a low elasticity of substitution are in accordance with the basics of sustainable development and say that only very low interest rates should be used in the study of environmental issues (the recommendation of the paper is therefore in accordance with the discount assumption made by Stern in his famous "Review on the economics of climate change").

- Finally, and contrary to Roger Guesnerie who focused only on asymptotical results, we questioned the applicability of the results in the medium and long term. First, the paper shows that the apparent discontinuity in ecological interest rates has no economic meaning since it is specific to the very asymptotic case. Then, the authors computed curves similar to yield curves in finance to understand the behavior of ecological rate in the short, medium and long run. The main discovery of the paper is that it is reasonable to use very small and even negative interest rates for maturity between several dozens of years and 2 or 3 centuries.

# Autour des taux d'intérêt écologiques\*

Olivier Guéant, Jean-Michel Lasry, David-Olivier Zerbib

20 octobre 2007

## Résumé

Cet article consiste en un approfondissement de la notion de taux d'intérêt écologique introduite par Roger Guesnerie<sup>1</sup> au début des années 2000. Si nous nous inscrivons dans une parfaite filiation avec Roger Guesnerie en considérant une notion de taux d'intérêt écologique à la marge des optima, nous dérivons, en plus des résultats asymptotiques de celui-ci, des résultats à horizon fini de deux types. Tout d'abord, d'un point de vue théorique, nous montrons que la discontinuité des taux écologiques à la frontière du blocage écologique est spécifique au cas asymptotique et ne présente donc pas de problème économique contrairement à ce que certains économistes supposaient. Ensuite, nous présentons des résultats numériques sous la forme de courbes des taux d'intérêt écologique. L'on répondra donc en particulier à la question fondamentale de l'horizon d'application des résultats asymptotiques sur les taux d'intérêt écologiques. Aussi nous montrerons que dans certaines conditions l'utilisation de taux d'intérêt négatifs à l'horizon d'un siècle est parfaitement fondée.

---

\*Cet article fait suite à un groupe de travail réalisé au cours de l'année 2006-2007 à l'ENSAE. Le *working paper*, fruit de ce groupe de travail, a obtenu en Octobre 2007 le prix du meilleur GT de l'ASTEC.

<sup>1</sup>Paris School of Economics - Collège de France

# Introduction

La question du taux d'actualisation à utiliser dans le cadre des projets ayant pour objectif d'améliorer la qualité environnementale est un problème qui bien que crucial reste largement sans réponse dans la littérature économique. Comme le fait remarquer Roger Guesnerie dans [1] le calcul économique traditionnel avec des taux de 2% à 10% "écrase" tant et si fortement le futur qu'il semble incompatible avec le développement durable dans sa définition la plus simple : "répondre aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à satisfaire les leurs".

L'objet de l'article de Roger Guesnerie publiée en 2004 (voir [1]) et de celui-ci qui s'inscrit dans une parfaite filiation est de permettre une réconciliation entre calcul économique et développement durable. Cette réconciliation est d'autant plus importante que les économistes ne peuvent pas continuer de considérer les problématiques environnementales de long terme en prenant des taux d'actualisation élevés (cf. les travaux de W. Nordhaus notamment, [4]). Ceci a en effet un impact très négatif sur l'image même de la théorie économique dont les conclusions avec des taux d'actualisation élevés peuvent paraître myopes sinon basement égoïstes. En ce sens, le rapport Stern, rapport ayant eu un certain retentissement médiatique, a permis de rompre avec la logique qui était de rigueur en employant des taux d'actualisation extrêmement bas ce qui est notre principal recommandation.

Le texte est organisé comme suit. Nous développons d'abord un modèle à deux biens à la Ramsey et retrouvons les résultats asymptotiques sur les taux d'intérêt écologiques introduits par Roger Guesnerie. Nous montrons ensuite que la discontinuité mise en évidence est spécifique au cas asymptotique et qu'elle ne constitue donc pas une critique recevable à l'article initial de Roger Guesnerie, critique qui a parfois été faite. Nous présentons par la suite les courbes des taux d'intérêt écologiques telles que nous les avons simulées dans notre modèle à deux biens. Enfin, nous discutons des différentes implications de nos résultats à moyen et long terme.

## 1 Taux d'intérêt écologique dans un modèle à deux biens

### 1.1 Fonction d'utilité et spécification du problème

Nous allons nous placer dans un modèle déterministe de choix intertemporels à la Ramsey<sup>2</sup>. La prise en compte de la problématique écologique doit se faire dès le choix de la fonction d'utilité en considérant qu'un agent représentatif maximise son utilité intertemporelle par le biais d'un choix dans son flux de consommation de biens *matériels* et d'un choix dans son flux de *consommation* de biens environnementaux.

Pour ce faire, nous avons retenu le choix de Roger Guesnerie en prenant une fonction CES de la forme :

$$u(c_t, e_t) = \frac{\left[ \left( \alpha c_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha) e_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \right]^{1-\sigma'}}{1-\sigma'}$$

Symbole	Description
$c_t$	Consommation du bien <i>matériel</i> en t
$e_t$	Consommation du bien environnemental en t
$\sigma$	Elasticité de substitution entre les deux types de bien
$\sigma'$	Elasticité de substitution intertemporelle

Remarques :

- Le cas  $\sigma = 1$  correspond au cas Cobb-Douglas  $u(c_t, e_t) = \frac{(c_t^\alpha e_t^{1-\alpha})^{1-\sigma'}}{1-\sigma'}$  que nous évoquerons par la suite.
- Le cas  $\sigma' = 1$  revient classiquement à prendre la fonction ln

---

<sup>2</sup>Des variantes aléatoires de ce modèle ont été développées dans le *working paper* associé à cet article

Notre agent représentatif va donc maximiser une utilité intertemporelle de la forme classique suivante :

$$U(c, e) = \sum_{t=0}^{\infty} \exp(-\rho t) u(c_t, e_t)$$

où  $\rho$  est le taux d'escompte psychologique<sup>3</sup>.

Les contraintes de l'agent sont de deux types :

**Financières et matérielles :**  $a_{t+1} = \exp(r)a_t + y_t - c_t$ , où  $a_t$  représente le stock de richesse de notre individu et  $y_t$  est le flux de production, ici exogène<sup>4</sup>.

**Environnementales :** La qualité "disponible" du bien environnemental est finie à chaque période et exogène. Nous ferons d'ailleurs par la suite deux hypothèses sur la qualité "disponible" :

$$\begin{cases} H1 : \text{Constance,} & e_t \leq E \\ H2 : \text{Epuisement exponentiel au taux } g', & e_t \leq E \exp(-g't) \end{cases}$$

## 1.2 Optimisation sous contraintes

Pour résumer les paragraphes précédents, notre agent doit donc résoudre un problème d'optimisation sous contraintes qui sous l'hypothèse H1 est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \text{Max}_{c_t, e_t} \sum_{t=0}^{\infty} \exp(-\rho t) u(c_t, e_t) \\ \text{s.c.} \begin{cases} a_0 \text{ connu} \\ a_{t+1} = \exp(r)a_t + y_t - c_t \\ e_t \leq E \end{cases} \end{cases}$$

Le lagrangien du problème s'écrit :

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \exp(-\rho t) [u(c_t, e_t) + \lambda_t (\exp(r)a_t + y_t - c_t - a_{t+1}) + \mu_t (E - e_t)]$$

On a donc en écrivant les conditions du premier ordre :

$$\begin{cases} \partial_{c_t} \mathcal{L} = 0 \iff \partial_c u(c_t^*, e_t^*) = \lambda_t \\ \partial_{a_{t+1}} \mathcal{L} = 0 \iff \lambda_{t+1} \exp(r - \rho) = \lambda_t \\ \partial_{e_t} \mathcal{L} = 0 \iff \partial_e u(c_t^*, e_t^*) = \mu_t \end{cases}$$

## 1.3 Solution et croissance de la consommation

La fonction  $u$  étant une fonction d'utilité répondant aux hypothèses usuelles on voit aisément que l'optimum va être atteint pour  $e_t^* = E$ . Aussi, comme l'on considère que  $\exp(r - \rho) > 1$  ( $\rho < r$ ), on voit que  $\lambda_t$  et donc  $\partial_c u(c_t^*, E)$  est une suite décroissante (qui tend vers 0), ce qui signifie que la consommation  $c_t^*$  croît et tend vers l'infini.

Nous avons donc un sentier de croissance  $c_t^*$  solution de notre problème de maximisation caractérisé par :

$$\partial_c u(c_t^*, E) = \lambda_t = \frac{\lambda_0}{\exp((r - \rho)t)}$$

soit, après calculs,

$$\alpha c_t^*{}^{-\frac{1}{\sigma}} \left[ \alpha c_t^*{}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \alpha) E^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}} = \frac{\lambda_0}{\exp((r - \rho)t)}$$

<sup>3</sup>Nous considérerons dans la suite, sans que cela soit rappelé, que  $\rho < r$ . Il s'agit là d'une hypothèse extrêmement classique. On impose aussi pour de pures raisons de convergence que  $(1 - \sigma')r < \rho$ . On remarquera en particulier que pour  $\sigma' > 1$  on peut s'autoriser à prendre des taux d'escompte psychologiques négatifs

<sup>4</sup>Il peut paraître surprenant de prendre un taux d'intérêt exogène et en particulier indépendant de l'accumulation de richesse mais il y a une véritable raison à cela. Pour qui est habitué aux modèles de croissance, le fait de faire dépendre  $r$  de l'accumulation de richesse, ou plutôt de capital, en l'égalisant à la productivité marginale du capital - il conviendrait dans ce cas d'endogénéiser aussi le produit - ne permet pas, du fait des rendements décroissants (sauf à considérer un modèle AK), d'obtenir une croissance de long terme, pourtant "indispensable" à notre modèle. Si l'on consulte les modèles les plus célèbres sur la croissance endogène, on voit que l'on peut considérer  $r$  comme déterminé, non sur le marché du capital, mais par des équations de type *Research Arbitrage* c'est-à-dire résultant d'un "équilibre" au sein du secteur de la R&D.

Pour trouver le taux de croissance de la consommation on voit clairement après examen de la formule précédente qu'il faut séparer deux cas.

– Le cas  $\sigma > 1$  :

$$c_t^{*-\sigma'} \sim_{\infty} \frac{\lambda_0}{\alpha^{\frac{\sigma(1-\sigma')}{\sigma-1}} \exp((r-\rho)t)}$$

$$\ln\left(\frac{c_{t+1}^*}{c_t^*}\right) \sim_{\infty} \frac{r-\rho}{\sigma'}$$

On a donc un taux de croissance asymptotique de la consommation de la forme (à la Keynes-Ramsey) suivante :

$$g_{\infty} = \frac{r-\rho}{\sigma'}$$

– Le cas  $\sigma < 1$  :

$$c_t^{*-\frac{1}{\sigma}} \sim_{\infty} \frac{\lambda_0}{\alpha(1-\alpha)^{\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}} E^{\frac{1}{\sigma}-\sigma'} \exp((r-\rho)t)}$$

$$\ln\left(\frac{c_{t+1}^*}{c_t^*}\right) \sim_{\infty} \sigma(r-\rho)$$

On a donc un taux de croissance asymptotique de la consommation de la forme suivante :

$$g_{\infty} = \sigma(r-\rho)$$

Le cas  $\sigma = 1$  correspond au cas Cobb-Douglas où la fonction d'utilité est  $u(c_t, e_t) = \frac{(c_t^{\alpha} e_t^{1-\alpha})^{1-\sigma'}}{1-\sigma'}$  et les calculs se mènent comme précédemment avec un taux de croissance asymptotique  $g_{\infty} = \frac{2(r-\rho)}{1+\sigma'}$

Résumé et analyse :

Cas	Taux de croissance asymptotique	Analyse
$\sigma < 1$	$g_{\infty} = \sigma(r-\rho)$	Blocage écologique
$\sigma > 1$	$g_{\infty} = \frac{r-\rho}{\sigma'}$	Cadre usuel à la Keynes-Ramsey
$\sigma = 1$	$g_{\infty} = \frac{2(r-\rho)}{1+\sigma'}$	Cas Cobb-Douglas, spécifique.

Dans le premier cas, il y a blocage écologique au sens où la faible substituabilité<sup>5</sup> entre les deux types de bien a un impact sur l'économie à tel point que le taux de croissance de long terme en est modifié.

L'exemple le plus parlant est celui où  $\sigma' = 1$ . Dans ce cas, et dans un cadre Ramsey à un bien on devrait avoir une croissance asymptotique  $g_{\infty} = r - \rho$ . Or ici la formule est valide pour  $\sigma \geq 1$  mais la croissance est contrainte à être inférieure dans le cas dit du blocage écologique ( $\sigma < 1$ ) avec un taux de croissance asymptotique  $g_{\infty} = \sigma(r - \rho)$ .

## 1.4 Taux d'intérêt écologique

### 1.4.1 Définition

Venons-en maintenant au coeur du sujet à savoir aux taux d'intérêt compatibles avec la donnée écologique (appelé plus simplement taux d'intérêt écologique dans la suite). Avant d'en donner une définition dans le cadre de notre modèle rappelons qu'un taux d'intérêt peut toujours être vu comme le *prix* d'un renoncement à *quelque chose* à l'instant présent pour retrouver *quelque chose* convenu d'avance, et le plus souvent semblable, dans le futur.

Ici le taux d'intérêt écologique de maturité  $T$  est simplement la valeur  $\nu_T$  telle que :

$$\left(\frac{\delta e_T}{-\delta c_0}\right)_{U=U^*} = \exp(\nu_T T)$$

Autrement dit, cela correspond dans les termes du paragraphe précédent au *prix* d'un renoncement infinitésimal (à la marge de l'optimum) à de la consommation aujourd'hui pour

<sup>5</sup>Un tel cas est dans la réalité tout à fait probable.

pouvoir réaliser un investissement qui permettra, en  $T$ , d'avoir une quantité de bien environnemental supplémentaire ne changeant pas la valeur de l'utilité optimale<sup>6</sup>.

### 1.4.2 Calcul sous l'hypothèse H1

Regardons alors à quoi ressemble les taux d'intérêt écologiques dans notre modèle en considérant que l'on retire du sentier de croissance optimal une quantité infinitésimale  $\delta c_0$  de consommation en 0 pour permettre un accroissement infinitésimal de la consommation du bien environnemental en  $T$ .

$$\begin{aligned} & U(c^* - \delta c_0, e^* + \delta e_T) - U(c^*, e^*) \\ &= [u(c_0^* - \delta c_0, E) - u(c_0^*, E)] + \exp(-\rho T)[u(c_T^*, E + \delta e_T) - u(c_T^*, E)] \\ &= -\delta c_0 \partial_c u(c_0^*, E) + \exp(-\rho T) \delta e_T \partial_e u(c_T^*, E) \end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \exp(\nu_T T) &= \frac{\partial_c u(c_0^*, E)}{\exp(-\rho T) \partial_e u(c_T^*, E)} \\ \exp(\nu_T T) &= \exp(\rho T) \frac{\partial_c u(c_0^*, E)}{\partial_c u(c_T^*, E)} \frac{\partial_e u(c_T^*, E)}{\partial_e u(c_T^*, E)} \\ \exp(\nu_T T) &= \exp(rT) \frac{\partial_c u(c_T^*, E)}{\partial_e u(c_T^*, E)} \\ \exp(\nu_T T) &= \exp(rT) \frac{\alpha c_T^{*\frac{1}{\sigma}}}{(1-\alpha)E^{-\frac{1}{\sigma}}} \\ \nu_T &= r + \frac{1}{T} \ln \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) - \frac{1}{\sigma T} \ln \left( \frac{c_T^*}{E} \right) \end{aligned}$$

Grâce à l'étude sur les taux de croissance de long terme dans notre modèle nous sommes capables de déterminer à l'instar de Roger Guesnerie un taux d'intérêt écologique de long terme en considérant la valeur :

$$\begin{aligned} \nu_\infty &= \lim_{T \rightarrow \infty} \nu_T \\ \nu_\infty &= r - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma T} \ln(c_T^*) \\ \nu_\infty &= r - \frac{g_\infty}{\sigma} \end{aligned}$$

Ainsi, dans le cas du blocage écologique ( $\sigma < 1$ ) on a le résultat très intéressant  $\nu_\infty = \rho$  : le taux d'intérêt écologique de long terme n'est autre que le taux d'actualisation psychologique, i.e. la préférence pour le présent.

Dans le cas  $\sigma > 1$  on a par contre que  $\nu_\infty = (1 - \frac{1}{\sigma\sigma'})r + \frac{1}{\sigma\sigma'}\rho$ .

On remarquera ici que ce taux de long terme peut prendre, selon les valeurs de  $\sigma$ , des valeurs inférieures à  $\rho$  mais que l'expression reste positive dans tous les cas puisque l'on s'est restreint au cas  $\rho > r(1 - \sigma')$  sans quoi le modèle ne serait pas valide.

En appliquant les méthodes précédentes au cas Cobb-Douglas on trouve un résultat encore une fois très spécifique. On peut résumer les taux d'intérêt écologiques de long terme dans le tableau suivant :

Cas	Taux d'intérêt écologique de long terme
$\sigma < 1$	$\rho$
$\sigma > 1$	$(1 - \frac{1}{\sigma\sigma'})r + \frac{1}{\sigma\sigma'}\rho$
$\sigma = 1$	$\rho - \frac{1-\sigma'}{1+\sigma'}(r - \rho)$

A titre illustratif, regardons comment évolue ce taux d'intérêt écologique (asymptotique) en fonction de  $\sigma$ . Il existe en fait trois cas selon les valeurs de  $\sigma'$ . Nous avons pris dans les graphiques qui suivent  $\rho = 1\%$  et  $r = 4\%$ .

<sup>6</sup>On notera qu'une définition plus en phase avec la notion classique de taux d'intérêt (ou les biens aux deux périodes sont de même nature) serait telle que  $(\frac{\delta e_T}{-\delta e_0})_{U=U^*} = \exp(\nu_T T)$ . Ces deux définitions sont en fait équivalentes asymptotiquement comme cela pourra se voir dans les pages qui suivent. Néanmoins, le sens profond des taux écologiques nécessite de recourir à la première définition

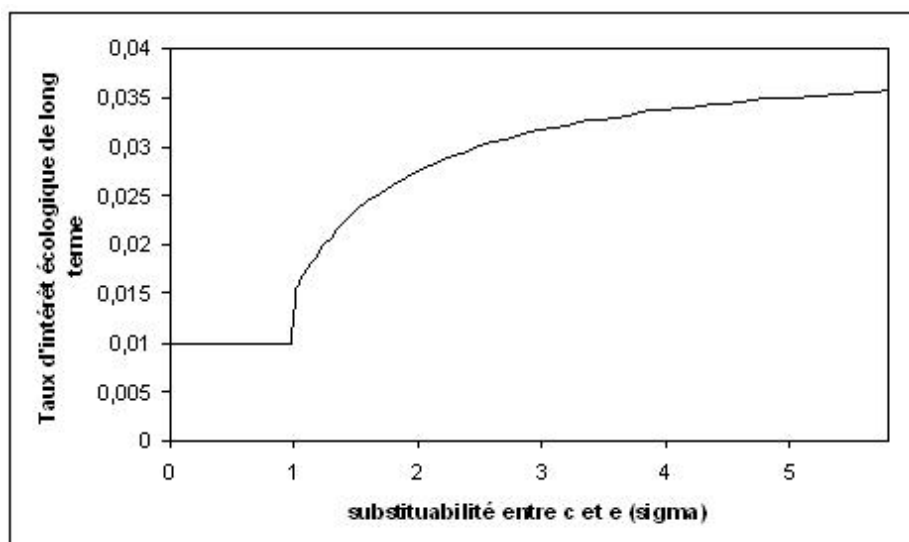


FIG. 1 – Evolution avec  $\sigma$  de la variable  $\nu_{\infty}$ , cas  $\sigma' = 0.8 < 1$

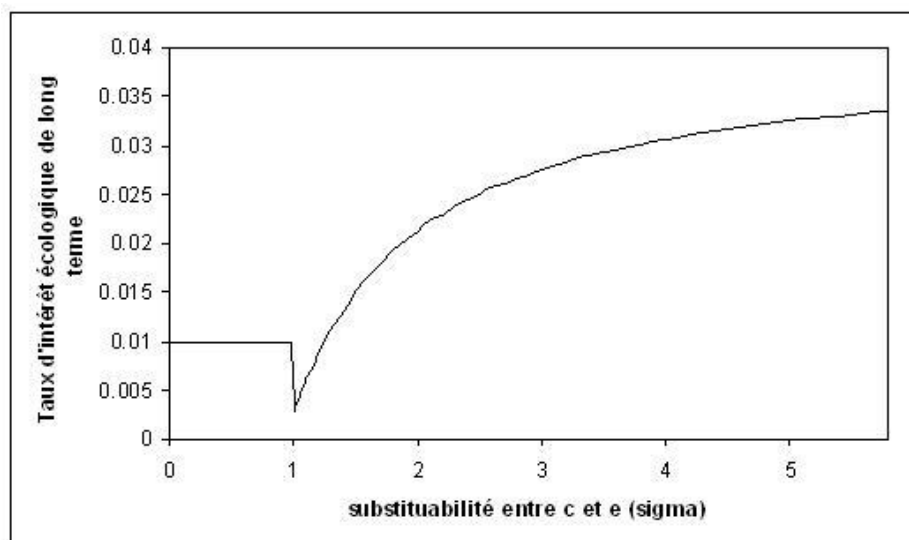


FIG. 2 – Evolution avec  $\sigma$  de la variable  $\nu_{\infty}$ , cas  $\sigma' = 1.2 > 1$

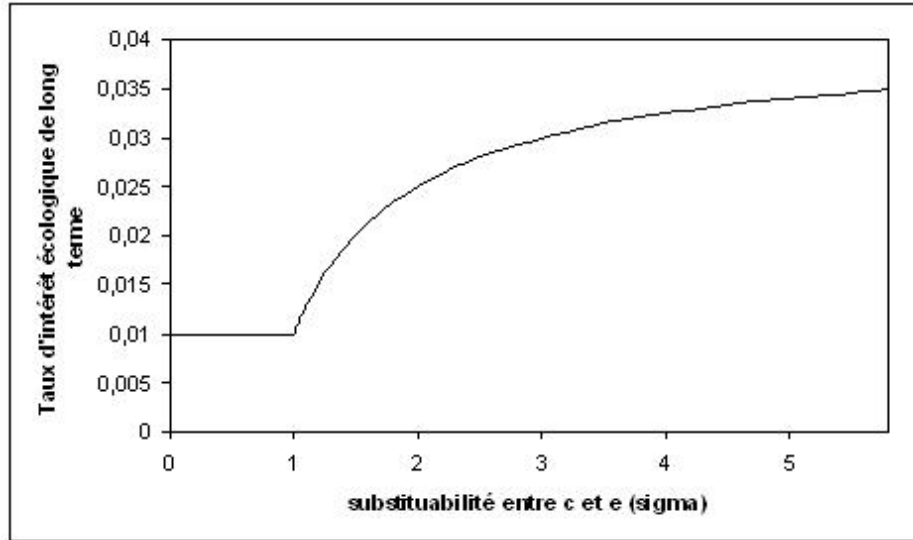


FIG. 3 – Evolution avec  $\sigma$  de la variable  $\nu_\infty$ , cas  $\sigma' = 1$

On observe, et c'est là l'un des problèmes apparents du modèle, une discontinuité dans les valeurs de  $\nu_\infty$  dès que  $\sigma' \neq 1$ . De plus, même si  $\sigma' = 1$ , la fonction n'est pas régulière et présente un point anguleux.

Il semble donc que les cas  $\sigma < 1$  et  $\sigma > 1$  correspondent à des économies bien disjointes. En réalité, nous allons voir dans la suite que cette discontinuité est spécifique au cas asymptotique et qu'en réalité, le taux écologique à horizon fini  $\nu_T$  est une fonction continue de  $\sigma$ , y compris au point de rupture  $\sigma = 1$  entre le blocage écologique et le monde classique à la Keynes-Ramsey.

### 1.4.3 Calcul sous l'hypothèse H2

Revenons maintenant sur l'hypothèse H2 introduite plus haut stipulant que la qualité de la ressource environnementale décroît exponentiellement au taux  $g'$ . Cette hypothèse qui correspondrait plus, en terme de disponibilité de la ressource, à l'évolution d'un bien épuisable, telle une matière première, a une certaine pertinence dans notre contexte si l'on considère que la qualité du bien environnemental se dégrade à mesure que le temps passe du fait par exemple de diverses pollutions<sup>7</sup>.

Le programme d'optimisation se résout de manière similaire<sup>8</sup> et l'on trouve pour les taux de croissance les résultats suivants<sup>9</sup> :

Cas	Taux de croissance asymptotique
$\sigma < 1$	$g_\infty = \sigma(r - \rho) - g'(1 - \sigma\sigma')$
$\sigma > 1$	$g_\infty = \frac{r - \rho}{\sigma\sigma'}$

Ces calculs faits, nous pouvons par la même méthode que précédemment dériver les taux d'intérêt écologiques de long terme qui sont modifiés par l'épuisement exponentiel de la qualité du bien environnemental dans tous les cas. Le tableau suivant résume les valeurs obtenues :

Cas	Taux d'intérêt écologique de long terme
$\sigma < 1$	$\rho - \sigma'g'$
$\sigma > 1$	$(1 - \frac{1}{\sigma\sigma'})r + \frac{1}{\sigma\sigma'}\rho - \frac{g'}{\sigma}$

<sup>7</sup>D'aucuns pourraient voir là une modélisation très réductrice puisque beaucoup d'air pollué ne saurait être équivalent (au sens de l'utilité) à un peu d'air pur mais nous pensons dans un souci de simplicité que le modèle ainsi spécifié est digne d'intérêt.

<sup>8</sup>Il y a néanmoins quelques difficultés supplémentaires que nous nous devons d'évoquer, ces difficultés résidant principalement dans le fait de montrer que  $c_t^*$  tend vers  $+\infty$ . Tout d'abord, il nous faut supposer que  $g'$  est suffisamment petit et nous pouvons montrer, sous des hypothèses convenables pour  $g'$ , que la seule valeur d'adhérence de  $c^*$  est  $+\infty$  après quelques calculs. Une fois ce résultat acquis nous avons bien sûr que la suite tend vers l'infini et nous pouvons procéder comme précédemment.

<sup>9</sup>On omet le Cas Cobb-Douglas qui n'a guère d'intérêt et reste spécifique.



Autrement dit, les taux d'intérêt écologiques de long terme sont diminués par l'existence du phénomène d'épuisement, et ce d'autant plus que la vitesse dudit épuisement est élevée. La raison d'être de ce phénomène est simple : le sacrifice consenti par l'individu est moins important lorsqu'il permet de consommer un bien qui n'est disponible qu'en petite quantité. C'est une simple application de la décroissance de l'utilité marginale eu égard à la variable  $e$ . Aussi, conséquence intéressante des calculs sous l'hypothèse  $H2$ , les taux d'intérêt écologiques de long terme peuvent tout à fait être négatifs dans ce contexte. Par exemple, dans le cas du blocage écologique ( $\sigma < 1$ ), si  $\rho \simeq 0$  on voit que le taux d'intérêt écologique de long terme est environ  $-\sigma'g' < 0$ .

## 1.5 Conclusions d'étape et remarques sur le modèle

Si notre approche est légèrement différente de celle de Roger Guesnerie puisque nous endogénéisons notamment le taux de croissance, le modèle déterministe présenté ici est en accord avec les résultats de ce dernier<sup>10</sup>. Fait rassurant qui plus est, notre endogénéisation du taux de croissance par le truchement d'un taux d'intérêt exogène à l'accumulation de richesse est compatible avec nombre d'approches de la croissance endogène (à condition de spécifier le taux d'intérêt adéquat, par exemple déterminé par une équation de *Research Arbitrage* dans le secteur de la R&D).

Ce modèle permet de relativiser l'argument employé par certains à savoir qu'il est peu utile de transférer de l'utilité dans le futur sachant que les générations qui en profiteront seront plus riches que celles vivant aujourd'hui, du fait de la croissance. En effet, si ce raisonnement était juste, le taux d'intérêt écologique de long terme serait une fonction croissante (et même strictement croissante) du taux de croissance asymptotique, ce qui n'est pas vérifié dans notre modèle.

Toutefois notre analyse s'est jusqu'alors cantonnée à un cadre asymptotique et nous avons vu dès lors que le modèle pouvait sembler insatisfaisant du fait d'une discontinuité des taux écologiques asymptotiques. Cette critique a été faite à l'article initial de Roger Guesnerie et la partie qui suit tâche de montrer en quoi cette critique est infondée puisque les taux écologiques sont continus à horizon fini.

Une autre série de questions, tout à fait liée, qui se posent et auxquelles nous répondrons par la suite concerne les modalités de convergence des taux d'intérêt écologiques vers leur limite de long terme. Savoir si nos résultats asymptotiques s'appliquent à un siècle ou à plusieurs milliers d'années semble être chose importante en pratique.

## 2 Une discontinuité très limitée

### 2.1 Problématique et résultat

Nous avons vu plus haut que les taux écologiques asymptotiques présentaient une discontinuité. Cette discontinuité semble rendre le modèle insatisfaisant et le but des lignes qui suivent est de montrer qu'il n'y a pas une réelle discontinuité entre une économie à la Keynes-Ramsey et une économie présentant un blocage écologique.

La fonction qui présente une discontinuité est la fonction  $\sigma \mapsto \nu_\infty(\sigma)$ . Ce que nous montrons dans la suite est que pour tout horizon fini  $t$  la fonction  $\sigma \mapsto \nu_t(\sigma)$  est, elle, continue.

Dès lors, la discontinuité observée par Roger Guesnerie n'a de sens qu'à l'infini et relève, pour l'analyse économique, d'un artefact mathématique.

### 2.2 Schéma de la preuve

La preuve de la continuité de  $\sigma \mapsto \nu_t(\sigma)$  pour  $t$  fixé est quelque peu pénible. Nous allons donc en donner les grandes lignes.

La première chose à remarquer est que du fait de la formule suivante :

$$\nu_t = r + \frac{1}{t} \ln \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) - \frac{1}{\sigma t} \ln \left( \frac{c_t^*}{E} \right)$$

<sup>10</sup>Pour le cas de l'hypothèse  $H2$ , nous trouvons un résultat quelque peu différent.

la continuité de  $\nu_t$  est équivalente à la continuité de  $\sigma \mapsto c_t^*(\sigma)$ .

Or nous savons que<sup>11</sup>  $\partial_c u(c_t^*; \sigma) = \frac{\lambda_0}{\exp((r-\rho)t)}$ . Ainsi, il suffit de montrer que :

- Le multiplicateur de Lagrange  $\lambda_0$  est une fonction continue de  $\sigma$ .
- La fonction  $g(\beta, \sigma)$  définie implicitement par  $\partial_c u(g(\beta, \sigma); \sigma) = \beta$  est continu.

Le second point est aisé. Remarquons tout d'abord que la fonction  $(c, \sigma) \mapsto u(c; \sigma)$  admet un prolongement de classe  $C^2$  (la preuve, purement calculatoire est ici omise). Dès lors, on peut appliquer le théorème des fonctions implicites et  $g(\beta, \sigma)$  est de classe  $C^1$  ( $(\beta, \sigma) \in (\mathbb{R}^{+*})^2$ ).

Il nous reste à prouver que le premier multiplicateur de Lagrange est une fonction continue de  $\sigma$ . Or, celui-ci est déterminé par l'équation d'emplois-ressources :

$$\sum_{t=0}^{\infty} c_t^* e^{-rt} = a_0 + \sum_{t=0}^{\infty} y_t e^{-rt} (:= \Lambda_{\infty})$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} g(\lambda_0 \exp((\rho - r)t), \sigma) e^{-rt} = \Lambda_{\infty}$$

Il n'est pas a priori évident que l'on puisse appliquer le théorème des fonctions implicites au membre de gauche. Par contre, si l'on considère le problème d'optimisation initiale en le restreignant<sup>12</sup> à l'horizon  $T$  alors la détermination du premier multiplicateur de Lagrange de ce problème ( $\lambda_0^T$ ) donne

$$\sum_{t=0}^T g(\lambda_0^T \exp((\rho - r)t), \sigma) e^{-rt} = a_0 + \sum_{t=0}^T y_t e^{-rt} (:= \Lambda_T)$$

et le théorème des fonctions implicites nous donne donc la régularité de  $\lambda_0^T$ .

Utilisant l'inégalité  $|\lambda_0(\sigma) - \lambda_0(\sigma')| \leq |\lambda_0(\sigma) - \lambda_0^T(\sigma)| + |\lambda_0^T(\sigma) - \lambda_0^T(\sigma')| + |\lambda_0^T(\sigma') - \lambda_0(\sigma')|$ , on voit qu'il nous suffit de montrer qu'à  $\sigma$  fixé on a la convergence de  $\lambda_0^T(\sigma)$  vers  $\lambda_0(\sigma)$  lorsque  $T \rightarrow \infty$ .

Pour ce faire, notons  $F_T : x \mapsto \sum_{t=0}^T g(x \exp((\rho - r)t), \sigma) e^{-rt}$  et de manière similaire  $F : x \mapsto \sum_{t=0}^{\infty} g(x \exp((\rho - r)t), \sigma) e^{-rt}$ . Ces deux fonctions ont la même monotonie que  $g$  (par rapport à  $\beta$ ) et sont donc strictement décroissantes. De plus, comme  $g$  est continu, positive et décroissante on a une convergence uniforme sur tout compact de la série  $F_T$  vers la série  $F$  ce qui rend  $F$  continue.

Par le second théorème de Dini, on a alors que la réciproque de  $F_T$  converge uniformément sur tout compact vers la réciproque de  $F$ . Mais  $\lambda_0^T - \lambda_0 = F_T^{-1}(\Lambda_T) - F_T^{-1}(\Lambda_{\infty})$  et nous avons donc fini la preuve puisque, par définition,  $\Lambda_T$  converge vers  $\Lambda_{\infty}$ .

Maintenant que nous avons prouvé la continuité des taux d'intérêt à horizon fini, passons à l'autre dimension de l'étude à horizon fini : la construction des courbes des taux.

## 3 Construction de courbes des taux

### 3.1 Motivation

Comme nous l'avons précisé plus haut, la théorie développée par Roger Guesnerie traite de la notion de taux d'intérêt écologique en dérivant des résultats asymptotiques, c'est-à-dire en se concentrant sur le très long terme. L'une des motivations des simulations numériques que nous avons réalisées est d'avoir une idée de la vitesse de convergence des taux d'intérêt écologiques vers leur limite de long terme afin de connaître à quel horizon les résultats sont approximativement valides.

En outre, connaître la valeur des taux d'intérêt écologiques en fonction de la maturité à laquelle ils s'appliquent permet d'obtenir, à l'instar de ce à quoi nous sommes habitués sur les marchés financiers, des courbes des taux dont les *formes* peuvent être étudiées.

<sup>11</sup>On prend ici une notation différente, car  $E$  est fixé et l'élasticité variable, en notant  $u(c, E) = u(c; \sigma)$

<sup>12</sup> $Max \sum_{t=0}^T \exp(-\rho t) u(c_t, E)$  sous la contrainte  $a_{t+1} = \exp(r) a_t + y_t - c_t$

## 3.2 Méthodologie

Nous avons pu construire un algorithme simulant les choix intertemporels d'un individu représentatif dans notre modèle à deux biens.

Nous avons simulé ces choix grâce aux conditions du premier ordre du programme de maximisation sous l'hypothèse  $H1$ , ces choix dépendant des paramètres du modèle que sont  $\alpha, \sigma, \sigma', E, r$  et  $\rho$  ainsi que du multiplicateur de Lagrange  $\lambda_0$  qui pourrait être déterminé dans notre modèle en fonction du revenu intertemporel de notre agent, c'est-à-dire de la donnée initiale  $a_0$  et des flux  $(y_t)_t$ , exogènes.

Une fois ces choix simulés (notamment par le biais d'algorithmes de type Newton-Raphson) nous avons pu décrire le sentier de croissance choisi par l'agent en fonction des paramètres du modèle puis en déduire la structure par terme des taux d'intérêt écologiques par la formule :

$$\nu_T = r + \frac{1}{T} \ln \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) - \frac{1}{\sigma T} \ln \left( \frac{c_T^*}{E} \right)$$

## 3.3 Courbes des taux et analyse

Les résultats des simulations numériques confirment (fort heureusement) la convergence des taux d'intérêt écologiques vers les limites prévues,  $\nu_\infty$ . Néanmoins, l'une des premières conclusions qui s'imposent est la lenteur de la convergence vers  $\nu_\infty$ , et ce pour bon nombre de combinaisons des paramètres du modèle. Ainsi, il est extrêmement fréquent que la valeur de  $\nu_{100}$  ou celle de  $\nu_{200}$  (le temps est ici en années) soit largement différente de celle de  $\nu_\infty$ <sup>13</sup>. Cette conclusion invalide en quelque sorte les résultats obtenus théoriquement s'ils venaient à être appliqués pour des échéances de long terme de l'ordre de 100 à 200 ans alors que la maturité à laquelle les taux asymptotiques semblent s'appliquer est bien plus proche de 500 ans.

En outre, il existe à la vue des multiples simulations réalisées trois types de courbes des taux. Les premières sont décroissantes, les deuxièmes décroissantes puis croissantes et les dernières croissantes, le type de courbe dépendant du *gap* entre la richesse dans l'économie et le niveau maximal de la qualité environnementale  $E$ . Ainsi, une économie riche (ou, ce qui revient au même en terme relatif, un  $E$  faible) aura tendance à être associée à une courbe des taux écologiques croissante. A l'inverse, une économie pauvre, ou un  $E$  très élevé, aura pour conséquence de donner une courbe des taux d'intérêt écologiques décroissante. Entre les deux, lorsque la richesse intertemporelle est telle que la consommation optimale en 0 est proche de  $E$ , l'on obtient une courbe des taux d'abord décroissante puis croissante.

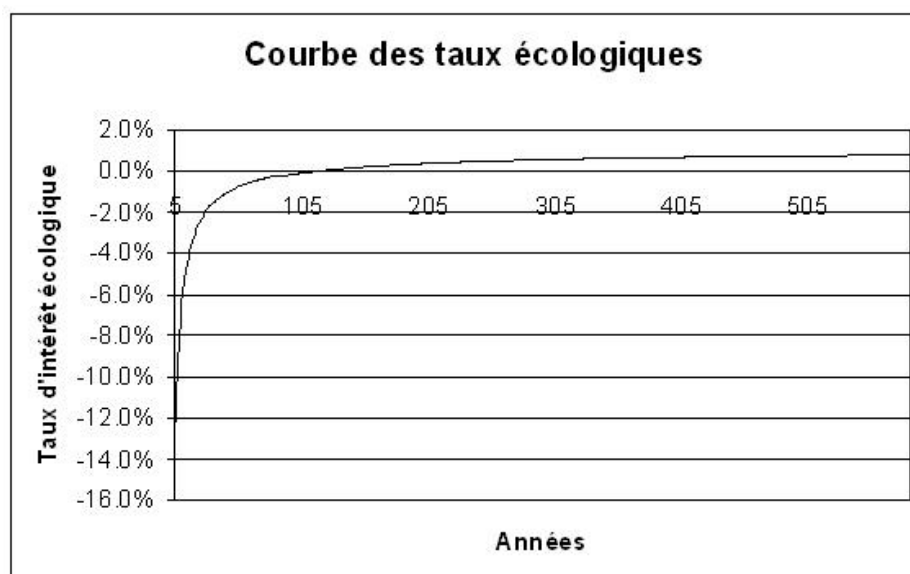


FIG. 4 – Courbe des taux ( $\alpha = 0.5, \sigma = 0.5, \sigma' = 0.8, r = 3\%, \rho = 1\%, E$  très inférieur à  $c_0$ )

<sup>13</sup>Voir les différents graphiques présentés plus bas.

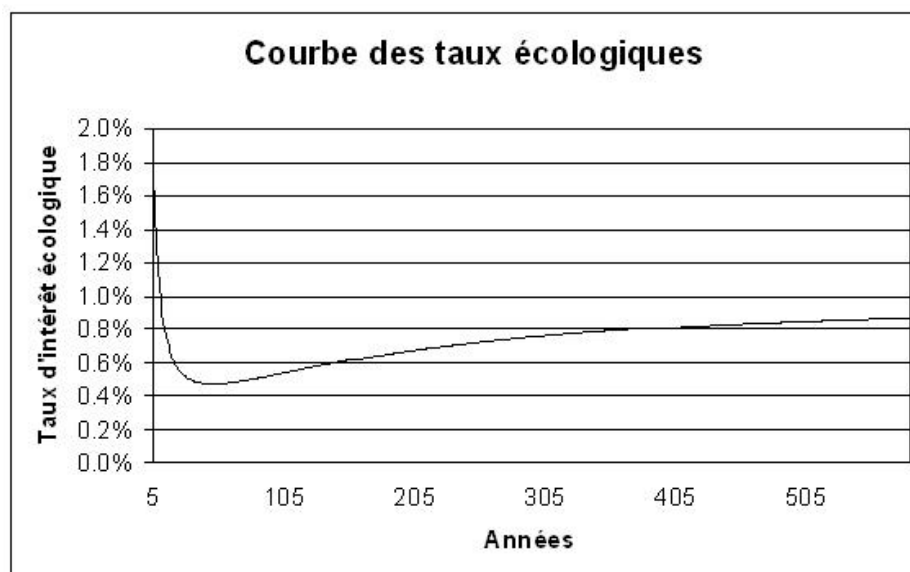


FIG. 5 – Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 1\%$ ,  $E$  et  $c_0$  proches)

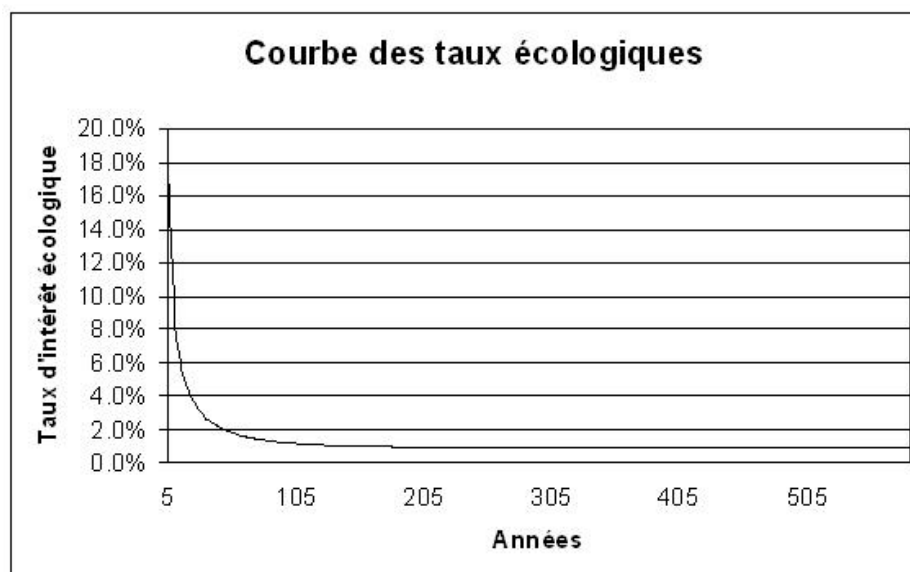


FIG. 6 – Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 1\%$ ,  $E$  très supérieur à  $c_0$ )

Pour comprendre les formes des courbes des taux écologiques, il convient de remarquer que la richesse de l'agent (ou du pays, si l'on considère des pays) est un facteur clé. Si le pays est pauvre, c'est-à-dire ici  $c_0 \ll E$ , nous avons intuitivement que sa priorité est la croissance et non l'amélioration de la qualité de l'environnement. Ainsi, les taux doivent être initialement grands et décroître du fait des valeurs de long terme (même si, nous l'avons vu, il est possible d'avoir une phase de décroissance suivie d'une phase de croissance de la courbe des taux). À l'inverse, quand le pays est très riche ( $c_0 \gg E$ ), l'utilité (marginale) d'une unité de bien environnemental est très supérieure à celle d'une unité de consommation traditionnelle et nous avons donc initialement des taux d'intérêt écologiques négatifs. Les valeurs initiales des taux d'intérêt écologiques ainsi que les résultats asymptotiques permettent de comprendre pourquoi la richesse du pays est la variable déterminant la forme de la courbe des taux mais ne permettent pas à eux seuls d'apporter autant d'information que la classification en trois types de courbes résultant des simulations numériques.

Pour terminer sur l'exploitation des simulations numériques, une conséquence des différentes formes de courbes est qu'il est tout à fait possible, avec un taux de préférence pour le présent faible d'avoir durant plusieurs dizaines voire centaines d'années des taux d'intérêt écologiques négatifs. Dans les deux exemples ci-dessous, nous avons pris respectivement  $\rho = 0.1\%$  et  $\rho = 0.5\%$  et nous voyons qu'il est tout à fait possible de recommander des taux d'actualisation négatifs pour des projets ayant un impact à long terme.

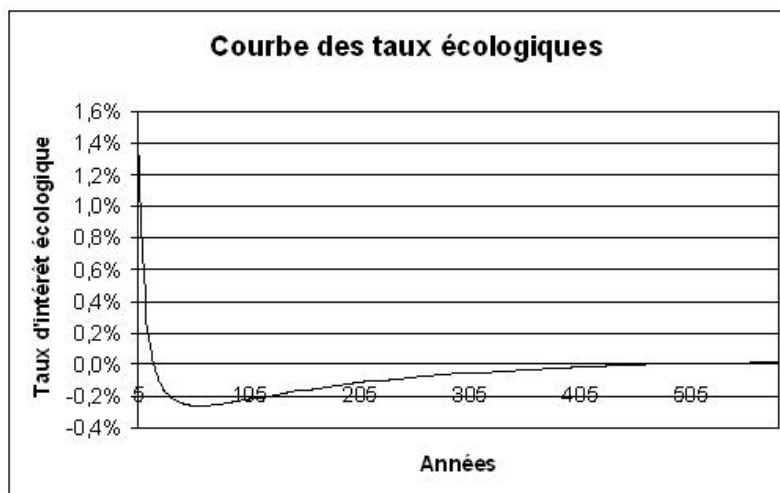


FIG. 7 – Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 1.2$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 0.1\%$ ,  $E$  et  $c_0$  proches)

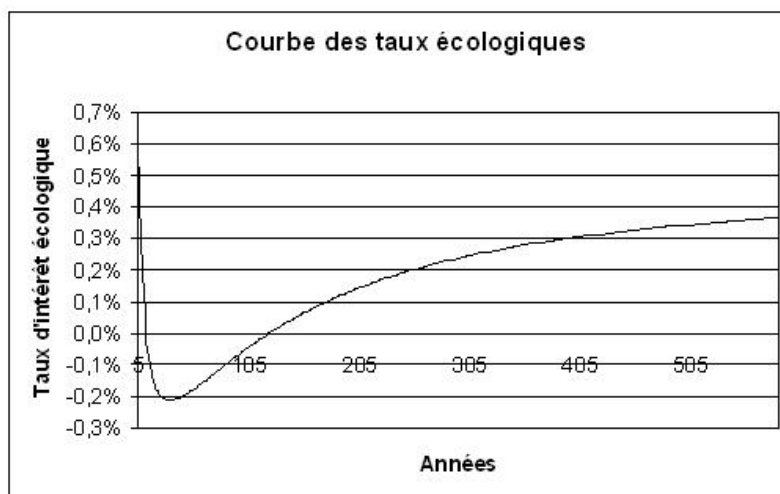


FIG. 8 – Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 0.5\%$ ,  $E$  et  $c_0$  proches)

## Conclusion

Comme le dit Roger Guesnerie en conclusion de [1], les résultats obtenus sur les taux d'intérêt écologiques asymptotiques semblent, dans le cas du blocage écologique, c'est-à-dire dans le cas d'une faible substituabilité entre les biens traditionnels et la qualité de l'environnement, en accord avec l'intuition écologique : à très long terme, il convient d'actualiser les investissements ayant pour but l'amélioration de la qualité environnementale à un taux très faible, comparable au taux d'escompte psychologique  $\rho$ .

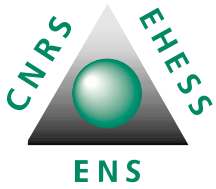
En outre, nous avons pris soin de préciser ce que devait être ce très long terme en obtenant numériquement des courbes des taux écologiques. Ainsi, nous avons vu que dans le cas d'un

pays riche se souciant, ou commençant à se soucier de la qualité de l'environnement (cas actuel des pays développés), la courbe des taux était caractérisée à l'horizon de quelques dizaines ou centaines d'années par des taux très bas et que la courbe pouvait prendre des valeurs négatives pour des maturités allant de quelques dizaines d'années à plusieurs siècles. Par conséquent, nous considérons que pour bon nombre des investissements faits actuellement dans le but d'améliorer la qualité environnementale à horizon d'un siècle, des taux proches de 0%, voire négatifs, devraient être employés. Dès lors, l'argument souvent employé par certains, à savoir que l'investissement de long terme dans la qualité environnementale est inutile du fait de la richesse des générations futures, ne tient pas.

On notera que cet article ouvre la voie à d'autres recherches au delà du cadre de notre étude théorique, notamment pour pouvoir calibrer les divers paramètres que sont notamment  $\sigma$  et  $E$ , permettant ainsi d'affiner les recommandations faites plus haut.

## Références

- [1] Roger Guesnerie. *Calcul économique et développement durable*. Revue Economique, Mai 2004.
- [2] H. Hotelling. *The Economics of exhasutible resources*. Journal of Political Economy, 1931.
- [3] P. Aghion ; P. Howitt. *Growth Theory*. (A paraître).
- [4] William D. Nordhaus. *Rolling the 'DICE' : An optimal transition path for controlling greenhouse gases*. Resource and Energy Economics, 1993.
- [5] Ryuzo Sato. *The Most General Class of CES Functions*. Econometrica, Sep.-Nov. 1975.
- [6] Nicholas Stern. *Stern Review : The economics of climate change*. Octobre 2006.



## **DELTA**

DÉPARTEMENT ET LABORATOIRE D'ÉCONOMIE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE

48, BD JOURDAN - E.N.S. - 75014 PARIS

TÉL. : 33 (0) 1 43 13 63 00 - FAX : 33 (0) 1 43 13 63 10

[www.delta.ens.fr](http://www.delta.ens.fr)

### **WORKING PAPER N°**

**Mots clés :**

**Codes JEL :**



# Calcul économique et Développement Durable.

Roger Guesnerie\*

27 Janvier 2004.

## Abstract

Le texte discute du taux d'actualisation à utiliser pour les projets visant à améliorer la qualité de l'environnement à très long terme. L'analyse est conduite dans un cadre d'un modèle simple à deux biens. La production du bien privé s'accroît exponentiellement, la "quantité" disponible du bien "environnemental" reste finie ; le bien être des générations futures dépend d'un paramètre qui décrit l'élasticité de substitution entre bien privé et bien environnemental. On définit un taux d'actualisation écologique. La recommandation d'une valeur proche de zéro pour le taux d'actualisation écologique, peut être plaidable, du moins si les préoccupations d'équité intergénérationnelle sont suffisamment fortes.

---

\*Collège de France et EHESS, Delta, PARIS Jourdan

**Sustainable development and cost benefit analysis.**

The paper considers a model with two goods : a private good and an "environmental" good. The analysis has two basic ingredients : the two goods are imperfectly substitutable and the long run characteristics of substitution are uncertain. An ecological discount rate is defined. It is argued that a plausible long run value for this discount rate is close to zero, at least if the preoccupations of intergenerational equity are strong enough.

Classification JEL : D 60, H 43, Q2

## 1. Introduction.

Le développement durable<sup>1</sup> doit, selon la définition fondatrice de la Commission Brundland (1987), "répondre aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à satisfaire les leurs". Le calcul économique traditionnel lui "écrase" l'avenir dans des proportions d'autant plus considérables que cet avenir est éloigné. Ainsi, dépenser un euro aujourd'hui n'est "rentable", lorsque la rentabilité est évaluée avec un taux d'actualisation de 10 pour cent, que si l'investissement rapporte environ 120 euros dans cinquante ans ou 14000 euros dans cent ans. Avec un taux plus faible, 6 pour cent, il faut encore un bénéfice d'un peu moins de 30 euros dans cinquante ans pour justifier l'investissement. Il ne faut plus qu'un bénéfice de 130 euros dans cent ans, mais environ 17000 dans deux cents ans, pour que l'opération soit blanche avec un taux de 5 pour cent. Même avec un taux d'actualisation de 2 pour cent, le taux d'équivalence entre un euro aujourd'hui et un euro dans cent ans est de plus de 7.

Calcul économique et Développement Durable seraient ils incompatibles ? Cette question renvoie à des préoccupations qui ont été débattues bien avant l'apparition du concept et de la terminologie de Développement durable. Par exemple, exemple parmi beaucoup d'autres, la question apparaît en filigrane dans nombre d'études économiques sur la valeur des forêts. Les discussions autour du protocole de Kyoto ne constituent que le dernier avatar d'un débat récurrent. Mais le cas Kyoto est particulièrement exemplaire : le niveau de l'effort requis, et plus généralement la forme et l'intensité des politiques climatiques, ont suscité interrogations et polémiques. Le calcul économique, mené dans une optique traditionnelle, c'est à dire dans un contexte déterministe avec des taux d'actualisation le plus souvent autour de 5 à 6 pour cent, par Nordhaus et ses co-auteurs (Nordhaus(1993), Nordhaus et Boyer (2000)) a eu une influence certaine, non seulement dans le débat américain, mais aussi dans la discussion de ce côté ci de l'Atlantique<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Je suis très reconnaissant à A. d'Autume, F. Salanié et K. Schubert pour les remarques très détaillées qu'ils m'ont faites sur le texte et les calculs. Je remercie également J.C Bureau, F. Lecoq et A. Zylberberg pour leurs commentaires. Je remercie enfin plusieurs des participants au congrès de l'AFSE, au séminaire d'économie de l'environnement de Paris 1 et à la conférence d'Haïffa en l'honneur de M. Landsberger pour leurs réactions, commentaires et suggestions. Je suis seul responsable des erreurs qui pourraient subsister.

<sup>2</sup>La charge de Lomborg, "l'écolo qui doute", (the skeptical environmentalist(2001)) s'alimente largement, même si ce n'est pas exclusivement, aux études de calcul économique indiquées ici.

La compatibilité du Calcul économique et du Développement Durable n'est pas une question anodine. La conviction d'une incompatibilité alimenterait un scepticisme durable des économistes pour les thèmes du Développement Durable, les faisant tomber dans la tentation d'y voir une chimère appuyée sur des raisonnements fallacieux. Symétriquement, cette même conviction conforterait les tenants des thèse écologiques<sup>3</sup> dans leur suspicion d'un "économisme" qu'ils perçoivent comme un productivisme myope

L'objectif de cette communication est de contribuer à confronter, d'un côté ce que l'on peut appeler l'intuition écologique qui est sous jacente aux thèmes du Développement Durable et de l'autre la logique du calcul économique. Une telle entreprise n'est pas nouvelle, mais l'article essaie de la placer dans une perspective améliorée. Il le fait en adoptant un cadre formel qui est à la fois simple, voire simpliste, et délibérément incomplet. Ce cadre intègre cependant deux éléments qui, à mon sens, sont décisifs pour l'opération : d'une part, l'analyse de la substituabilité entre "consommations" environnementales et autres consommations; d'autre part, l'incertitude lourde qui affecte la situation de générations lointaines.

L'article procède comme suit.

Dans le premier paragraphe, intitulé thèmes de l'étude, sont présentés les options de modélisation et les deux ingrédients essentiels de l'analyse.

Le second paragraphe présente successivement le modèle et le questionnement de l'étude.

Le troisième paragraphe procède à la dérivation de résultats intermédiaires, puis énonce et examine le résultat principal de l'étude.

La conclusion fait le point sur le chemin parcouru.

## **2. Les thèmes de l'étude.**

L'étude fait écho à plusieurs thèmes de la littérature d'économie publique, thèmes qu'elle s'efforce de croiser de façon pertinente. Evoquons d'abord brièvement ces thèmes. Les deux premiers sont déterminés par le choix de modélisation.

Tout d'abord le modèle à l'examen distingue bien privé et bien environnemental. Il se démarque ainsi, du moins au plan théorique, des modélisations, évoquées ci-dessus, où l'atteinte à l'environnement prend la forme d'un dommage monétarisé : l'analyse s'effectue alors de facto dans un modèle à un bien. Le modèle considéré ici comporte deux biens, c'est à dire à côté du bien privé agrégé de la

---

<sup>3</sup>Elle heurterait en particulier de plein fouet les convictions longuement développées par plusieurs philosophes tels H. Jonas(1990) par exemple. (voir aussi J.P Dupuy (2001))

parabole à la Solow, un autre agrégat appelé bien environnement. Si les modèles à deux biens sont nombreux dans la littérature consacrée aux politiques environnementales, (voir Heal (1998)), Dasgupta (1996), Lecoq-Hourcade (2002), la non séparabilité introduite ici enrichit l'analyse habituelle des interactions et des synergies entre consommation privée et consommation environnementale dans la production de bien-être.

*Les deux premiers thèmes* qui apparaissent en filigrane de l'étude découlent de ces premières options de modélisation

*Le premier est le thème **taux d'actualisation et prix relatifs.***

Le taux d'actualisation est parfois présenté comme un résumé exhaustif des informations pertinentes pour décider de la rentabilité sociale d'un projet dont les caractéristiques seraient définies de façon suffisamment exhaustive. L'idée a des vertus simplificatrices et pédagogiques, mais elle identifie trop rapidement les enseignements généraux de la théorie économique à ceux de la parabole des modèles de croissance à la Ramsey-Solow : ces modèles comportant un seul bien, il est exact que la suite des taux d'actualisation, et la valeur stationnaire qu'ils atteignent souvent à terme, résume l'information nécessaire, (au sens de l'information nécessaire à la réalisation d'un optimum), au calcul économique décentralisé. Mais l'optimisation intertemporelle des modèles désagrégés à  $n$  biens, à la Malinvaud (1953), qu'elle se situe dans un contexte de first best ou second best, souligne l'évidence que le calcul économique décentralisé repose sur l'affichage, non du prix intertemporel d'un seul bien, mais d'un système de prix intertemporel complet. En d'autres termes, l'information nécessaire aux agents décentralisés comporte un, ou une série de taux d'actualisation, (qui détermine l'évolution intertemporelle du prix du numéraire), mais aussi les séries qui décrivent l'évolution intertemporelle des prix des autres biens relatifs à ce numéraire. L'analyse classique de l'exploitation optimale d'une ressource rare non renouvelable faite par Hotelling<sup>4</sup> (1931) nous a enseigné que l'évolution des prix relatifs est susceptible de contrarier voire d'annihiler l'effet du taux d'actualisation. La prise en compte des prix relatifs, conjointement avec le taux d'actualisation, était un élément de la doctrine traditionnelle du calcul économique public à la Française<sup>5</sup>. Les développements qui vont suivre illustrent, entre autres, l'importance l'effet prix relatif du bien environnemental pour la discussion de ce que l'on appellera dans la suite le calcul

---

<sup>4</sup>Les travaux de Chakrovorty- Magné-Moreaux (2003) illustrent l'actualité de l'analyse de Hotelling.

<sup>5</sup>Dont les enjeux et les modalités sont par exemple analysés dans le rapport du Commissariat du Plan : "Calcul économique et décisions publiques" (Milleron, Guesnerie, Crémieux (1978))

économique écologique.

Le second thème de réflexion renvoie à la **finitude des ressources environnementales de la planète**. Il en résulte, en particulier, que si la croissance de la consommation privée croît sans limites, *la proportion des ressources environnementales rapportée à la quantité de biens privés s'amenuise pour tendre vers zéro dans le long terme*. Les biens environnementaux apparaissent ainsi comme une *catégorie intermédiaire* entre *biens privés*, indéfiniment multipliables, si l'on en croît les modèles de croissance endogène, et les *ressources non renouvelables* condamnées à un épuisement progressif, peut être en temps fini.

Ces options de modélisation introduites, l'analyse va croiser deux axes de réflexion : celui de l'incertitude d'une part et celui de la substituabilité limitée d'autre part. Le chemin le long de chacun de ces axes est plus ou moins balisé. Le *croisement de ces deux problématiques* donnera un éclairage assez radicalement différent, c'est du moins la thèse défendue dans ce texte, sur le problème à l'examen.

**L'incertitude** d'abord. *Le problème du choix d'un taux d'actualisation à long terme pour les biens privés* dans un univers où la rentabilité du capital est incertaine est un sujet classique <sup>6</sup> La question a été récemment reformulée et sa discussion remise à l'ordre du jour par Weitzman (2001) L'essence du message issu de cette discussion est extrêmement simple. Il faut pour le faire rappeler que la valeur actuelle d'une unité de bien privé "numéraire", à l'horizon  $T$ , celle que signale le taux d'actualisation, mesure la valeur sociale d'une unité de numéraire disponible pour la génération  $T$  en termes d'unité de numéraire disponible pour la génération 0. Imaginons que les taux d'actualisation à très long terme puisse prendre deux valeurs  $r^1$  et  $r^2$  avec  $r^1 \ll r^2$ , valeurs qui reflètent une valeur sociale du numéraire disponible à l'époque  $T$  différente dans les deux contingences. En d'autres termes, pour des raisons qu'il n'est pas nécessaire d'explicitier à ce stade, la génération actuelle met plus de poids sur la transmission de bien privé à la génération  $T$  dans l'hypothèse 1 que dans l'hypothèse 2.<sup>7</sup> L'espérance de la valeur actuelle d'une unité de bien privé "numéraire", à l'horizon  $T$ , est  $p_1 e^{-r^1 T} + p_2 e^{-r^2 T}$  si  $p_1$  et  $p_2$  sont les probabilités des événements 1 et 2. Mais cette expression égale  $p_1 e^{-r^1 T} (1 + p_2/p_1 e^{-(r^2-r^1)T})$  Le second terme de la parenthèse tend vers zéro quand  $T$  tend vers l'infini, de telle sorte que l'expression peut être écrite  $e^{-(r^1-\epsilon(T))T}$ , où  $\epsilon(T)$  tend vers zéro quand  $T$  tend vers l'infini.

En ce sens, *le taux d'actualisation pertinent pour le long terme est le plus*

---

<sup>6</sup>Voir par exemple le chapitre 7 de Bernard A (1972).

<sup>7</sup>Peut être parce que la génération  $T$  est moins riche dans l'éventualité 1

*petit des deux*<sup>8</sup>. Le raisonnement esquissé ici est général et s'applique dans le cas d'une distribution continue des taux de rentabilité (en tous cas, dès lors que la densité de probabilité des événements est toujours positive)<sup>9</sup> Plus généralement, une incertitude temporellement stationnaire sur la valeur du "bon" taux d'actualisation conduit à faire décroître au cours du temps le taux "opérationnel" jusqu'à sa valeur minimale. Par exemple Weitzmann montre que si la distribution de probabilité appartient à une classe plausible<sup>10</sup>, alors le taux d'actualisation "opérationnel" décroît linéairement avec le temps. L'analyse faite ici examinera les implications du raisonnement, dont on vient de présenter l'esquisse, pour les taux d'intérêt propres des biens environnementaux : les valeurs minimales qu'ils sont susceptibles d'atteindre joueront bien le rôle privilégié que suggère l'argumentaire précédent.

Quatrième mot clé : **la substituabilité**. Elle va jouer un rôle essentiel pour l'analyse du problème classique de l'environnement et de l'*équité intergénérationnelle*, équité envisagée ici de façon classique, selon une logique utilitariste au sens large. Ce sujet fait assez directement écho, dans le contexte de politique écologique à l'examen, à une question qui revient souvent dans le débat public : pourquoi faire aujourd'hui des sacrifices pour maintenir la qualité de l'environnement de générations futures, alors que celles-ci seront de toute façon beaucoup plus riches que nous ? La présence de biens environnementaux, imparfaitement substituables aux biens privés, changera la donne de ce problème.

L'exemple suivant, quoique fruste, donne une intuition de l'argument qui sera développé. Imaginons que le niveau de la qualité environnementale soit fixé au même niveau pour toutes les générations. Supposons que le bien être de chaque

---

<sup>8</sup>A ce raisonnement, on pourrait objecter que une unité de bien privé placée aujourd'hui au taux  $r_1$  et  $r_2$  produira  $e^{r_1 T}$  et  $e^{r_2 T}$  unités de numéraire demain et que le second terme domine le premier, de telle sorte que l'opération n'est "blanche" que si l'on choisit  $r_2$  !

Le paradoxe tient au fait que la politique optimale décentralisée ne conduit pas à recommander qu'une unité de numéraire soit placée aujourd'hui jusqu'à la période  $T$ , indépendamment de la réalisation de l'aléa...

<sup>9</sup>Il faut cependant noter que la réponse à la question "how long is the long run ?" dépend ici de la forme de la distribution. En ce sens, même si elle conduit à mettre l'accent sur les valeurs extrêmes des probabilités, comme le font certaines approches récusant la version traditionnelle de l'espérance d'utilité, les raisonnements faits ici restent dans le cadre le plus habituel de la théorie des choix incertains : l'accent mis sur les valeurs extrêmes n'est pas ici un choix axiomatique mais la conséquence de raisonnements qui reposent sur les axiomes de Savage.

<sup>10</sup>C'est la classe des lois, dont la plausibilité est étayée par les réponses à une enquête auprès d'un large échantillon d'économistes sur le taux d'actualisation souhaitable.

génération soit donné par une fonction d'utilité à facteurs complémentaires de type Léontieff. Sous cette hypothèse, le bien être reste limité par la fixité de la qualité environnementale. Dans une logique utilitariste, le prix que devrait être prête à payer la génération zéro pour une amélioration de la qualité environnementale de la génération  $T$  serait égal, en l'absence de préférence pure pour le présent, au prix qu'elle est prête à payer pour la même amélioration de sa propre qualité environnementale, et ceci quel que soit le gap de richesse en bien privé entre les deux générations. Nous verrons que cette suggestion, dès lors que substituabilité et incertitude sont introduites simultanément dans le raisonnement, a une robustesse très surprenante.

### 3. Le modèle et le questionnement.

#### 3.1. Le modèle.

##### 3.1.1. Biens et Préférences.

Nous considérons donc un modèle agrégé qui comporte deux biens : le premier est le bien de consommation agrégé de la parabole des modèles de croissance à la Ramsey, le second est le bien agrégé "environnement" mesuré par sa qualité. Il s'agit là aussi dans la logique du modèle d'un indice agrégé de qualité, qui prend en compte la bio-diversité, les espaces récréatifs et les forêts, les caractéristiques de qualité du climat, etc....

On appellera  $x_t$  la quantité de bien privé à l'époque  $t$ , et  $y_t$  la qualité environnementale à la même époque.

Nous supposons alors qu'à chaque période vit une seule génération, la génération  $t$ , dont les préférences ordinales sont représentées par la fonction d'utilité concave et homogène de degré un :

$$v(x_t, y_t) = \left\{ \left[ x_t^{((\sigma-1)/\sigma)} + y_t^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\sigma/(\sigma-1)} \right\}$$

Le bien-être de la génération  $t$  est évalué, de façon cardinale, par une autre fonction d'utilité  $V$  :

$$V(x_t, y_t) = [1/(1 - \sigma')][v(x_t, y_t)]^{(1-\sigma')}$$

La fonction de bien être adoptée qui combine une fonction CES avec une fonction isoélastique, concilie donc l'existence d'un réseau de courbes d'indifférence



homothétiques, avec une utilité marginale décroissante <sup>11</sup>le long de tout sentier d'expansion issu de l'origine. Deux propriétés, l'une liée à la fonction CES sous-jacente, l'autre à la forme cardinale isoélastique vont jouer un rôle important par la suite. Leur explicitation facilitera la compréhension intuitive des résultats. Les voici.

- Quand le ratio prix (ici prix implicite) du bien environnement sur prix du bien privé croît de un pour cent, alors le ratio quantité (ici qualité) d'environnement demandé sur quantité de bien privé décroît de  $\sigma$  pour cent. De façon équivalente, quand le ratio quantité (ici qualité) d'environnement sur quantité de bien privé décroît de un pour cent le ratio prix implicite du bien environnement sur prix du bien privé, c.a.d le consentement à payer pour le bien environnement croît de  $(1/\sigma)$  pour cent. Ainsi, lorsque la qualité de l'environnement est constante et égale à  $\bar{y}$ , ce que nous supposerons souvent dans la suite, si la quantité de bien privé croît au taux  $g$ , alors le consentement à payer pour le bien environnement croît au taux  $(g/\sigma)$ , . Notons que ce taux est supérieur ou inférieur à  $g$ , selon que  $\sigma$  est inférieur ou supérieur à un.

- Partant d'un "util" de  $v$ , la fonction CES sous-jacente, l'utilité cardinale marginale est de la forme  $v^{-\sigma'}$  : quand  $v$  croît de un pour cent, l'utilité (cardinale) marginale décroît de  $\sigma'$  pour cent

### 3.1.2. Les critères éthiques.

L'ingrédient suivant du modèle est un ordonnateur social, "planificateur", "observateur impartial" qui est le garant ici d'une (certaine conception de) éthique qui se concrétise dans un critère simple, celui de la somme des utilités de chaque génération. En fait, suivant l'argumentaire classique de Koopmans, le critère d'évaluation du bien être intergénérationnel<sup>12</sup> sera :

$$[1/(1 - \sigma')] \sum_0^{+\infty} e^{-\delta t} [v(x_t, y_t)]^{(1-\sigma')}$$

La présence du coefficient de préférence pure pour le présent a été critiquée par exemple par Ramsey (1955): "ethically indefensible and arises merely from the

<sup>11</sup>L'utilité marginale du revenu, dans la fonction d'utilité indirecte est donc décroissante de façon isoélastique

<sup>12</sup>Notons que nous pouvons attribuer la présence de l'élasticité de l'utilité marginale  $\sigma'$  à un jugement éthique du planificateur plutôt qu'à une décroissance objective de l'utilité marginale de chaque génération.

weakness of the imagination” ou Harrod (1948) qui y voit ”a polite expression for rapacity and the conquest of reason by passion”. Nous tenterons de concilier ces sentiments avec l’argumentaire de Koopmans en laissant  $\delta$  aussi petit que possible dans nos raisonnements et, le cas échéant,<sup>13</sup> en le faisant tendre vers zéro : nous associerons cette opération au fait que : ”les considérations éthiques deviennent prépondérantes”.

## 3.2. Questions remarques préliminaires.

### 3.2.1. Le questionnement

Le modèle mis en place n’est pas complet. Ceci est délibéré. En fait, l’analyse va se concentrer sur une situation dans laquelle la qualité environnementale est fixée au niveau  $\bar{y}$  et dans laquelle la chronique de consommation a été optimisée, sous des contraintes qui ne sont pas explicitées, selon le critère de bien être défini précédemment : cette chronique est notée  $x_t^*$ . Nous ferons l’hypothèse que que cette chronique croît asymptotiquement au taux  $g$ . Les deux hypothèses, (fixité de la qualité environnementale, croissance exponentielle de la consommation privée) ont un statut différent.

La croissance à taux constant est une hypothèse incontestablement restrictive : il est bien connu, par exemple, que même l’optimisation dans les modèles de croissance à un bien ne conduit pas toujours à un sentier de croissance à taux constant (ou à un état stationnaire) de la consommation<sup>14</sup>. Mais, d’une part, beaucoup de modèles à un bien, qu’ils s’incrivent dans la lignée initiale de Ramsey ou dans la ligne plus récente de la croissance dite endogène (voir Barro-Sala i Martin (1995)) ont cette propriété : c’est donc, à qualité environnementale fixée, une caractéristique plausible de l’optimisation de la consommation dans une version complètement spécifiée de ce modèle. D’autre part, l’hypothèse permet de mettre les conclusions obtenues ici en regard des formules qui justifient les chiffres

---

<sup>13</sup>L’”overtaking” est une autre manière de procéder qui n’est pas soumise à l’objection de Ramsey.

<sup>14</sup>De telles chroniques sont de bons candidats à l’optimisation dans les cas où le progrès technique exogène est ”labour augmenting” ou lorsque l’éducation est ”produite”. Cependant, même l’optimisation dans les modèles à la Ramsey-Solow ne conduit pas nécessairement à un état stationnaire (pour une revue des résultats, qui ont des contreparties dans des modèles plus généraux, voir Guesnerie-Woodford (1992))

La propriété de croissance optimale à taux asymptotique constant est vérifiée dans le modèle dit AK, (voir Barro- Sala i Martin (1995)) auquel nous ferons parfois référence dans la suite

habituels du taux d'actualisation, formules qui font généralement référence à la croissance de la consommation à différents horizons temporels.

La seconde hypothèse a, elle, un statut tout différent. Elle n'entend pas préjuger des résultats de l'optimisation de la qualité environnementale dans un modèle complet, où les technologies disponibles et les coûts associés seraient convenablement décrits. Elle fournit une référence pour un calcul économique dit écologique, à la marge d'une situation clairement identifiée, mais d'une situation que ce calcul économique est susceptible d'affecter, dans un sens ou dans l'autre, en fonction des actions qu'il conduit à mettre en oeuvre, actions dont on en prétend pas identifier les effets ultimes. Le point de vue adopté est l'équivalent pour le calcul économique de ce que l'on appelle le point de vue de la "réforme" en théorie de la fiscalité (voir Guesnerie (1977)).

La juxtaposition des deux hypothèses revient à supposer que les outils de politique économiques disponibles permettent de stabiliser à des niveaux a priori donnés la qualité environnementale, et que l'optimum de consommation privée sous n'importe quelle contrainte atteignable de consommation environnementale a la régularité retenue<sup>15</sup>. Reste donc à réfléchir sur la politique environnementale. La question, du point de la réforme adopté ici est la suivante : Comment s'articule le calcul économique privé, ou concernant le bien privé, et qui est déterminé par les résultats de l'optimisation et le calcul économique pour le bien environnemental, que nous appellerons calcul économique écologique ? Plus précisément comment sont liées les caractéristiques des taux de rendement du capital privé  $r_t$ , les taux de croissance de la consommation, et ce que l'on définira comme le taux d'actualisation écologique ?

### 3.2.2. Remarques préliminaires

Avant de rentrer dans le détail de l'argumentation, il importe de bien prendre conscience des points que nous allons maintenant souligner sur le rôle du coefficient  $\sigma$  qui décrit l'élasticité de substitution. Nous avons déjà noté qu'à la marge d'une situation de croissance de la consommation et de fixité de la qualité écologique, le consentement à payer pour la qualité écologique croissait plus ou moins vite que

---

<sup>15</sup>La coexistence de nos deux hypothèses est (peut être) plus plausible si la qualité environnementale est inaltérée par la croissance, que dans le cas contraire. L'introduction explicite de l'altération de la qualité environnementale par la croissance est vraisemblablement susceptible de modifier l'analyse faite ici, mais a priori dans un sens favorable aux thèses écologiques. Pour une analyse des problèmes d'actualisation qui repose sur l'analyse de dommages irrémédiables due à la croissance voir C. Henry (1999).

la consommation selon que  $\sigma$  était plus grand ou plus petit que un. La valeur  $\sigma = 1$  a donc de prime abord un rôle frontière. Mais l'analyse doit être poursuivie pour tenir compte du fait que le ratio consommation privée sur consommation environnementale tend vers zéro quand la consommation privée s'accroît. Cette caractéristique reflète, à mon sens, une dimension essentielle des enjeux de la politique écologique : la finitude des sites, des espèces, de la planète elle-même, avec l'atmosphère qui l'entoure et le climat qu'elle a développée, ne permet pas de multiplier les aménités environnementales au sens où la croissance multiplie les sources et les niveaux de la consommation en bien privé.

Le rôle de  $\sigma$  qui décrit d'une certaine manière "l'importance" des considérations environnementales dans la "production" de bien être, va en être significativement affecté.

Ecrivons :

$$v(x_t, y_t) = x_t \left[ 1 + \left( \frac{y_t}{x_t} \right)^{\left( \frac{\sigma-1}{\sigma} \right)} \right]^{\left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)}$$

Prenons  $\sigma > 1$ .<sup>16</sup>

$v$  va croître comme  $x_t$  quand  $\left( \frac{y_t}{x_t} \right)$  tend vers zéro.

Et l'utilité marginale sociale (ou cardinale) va décroître au taux  $\sigma'$  fois le taux de croissance de  $x_t$ .<sup>17</sup>

La situation va être très différente dans le cas  $\sigma < 1$ .<sup>18</sup>

La formule ci-dessus est plus commodément réécrite :

$$v(x_t, y_t) = y_t \left[ 1 + \left( \frac{y_t}{x_t} \right)^{\left( \frac{1-\sigma}{\sigma} \right)} \right]^{\left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)}$$

$v$  cesse de croître indéfiniment avec  $x_t$ , mais tend vers  $\bar{y}$ .

---

<sup>16</sup>C'est par exemple le cas avec  $\sigma = 2$

$$v(x_t, y_t) = x_t \left[ 1 + \left( \frac{y_t}{x_t} \right)^{(1/2)} \right]^2$$

<sup>17</sup>La même propriété avec une fonction de production dans un modèle avec progrès technique labour-augmenting explique une forme de croissance endogène (voir Barro-Sala i Martin())

<sup>18</sup>Pour  $\sigma = 1/2$ ,

$$v(x_t, y_t) = y_t \left[ 1 + \left( \frac{y_t}{x_t} \right) \right]^{(-1)}$$

L'utilité marginale de la consommation mesurée avec  $v$  tend vers zéro, et donc l'utilité marginale cardinale ou sociale, qu'on obtient approximativement en multipliant la première par  $(\bar{y})^{-\sigma'}$ , tend vers zéro à une vitesse indépendante de  $\sigma'$ .

Le calcul confirme ces analyses : avec les notations mathématiques standard pour les dérivés partielles ( $\partial_1 v$  désigne la dérivée partielle de  $v$  par rapport à la première variable, ici,  $x$ , etc..)

$$\partial_1 v = \left[ x_t^{((\sigma-1)/\sigma)} + y_t^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{1/(\sigma-1)} x_t^{-1/\sigma}$$

$$\partial_1 V = \left[ x_t^{((\sigma-1)/\sigma)} + y_t^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} x_t^{-1/\sigma}$$

Ou encore :

$$\partial_1 V = \left[ 1 + \left(\frac{y_t}{x_t}\right)^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} x_t^{-\sigma'}$$

De la même façon, la dérivée de l'utilité cardinale par rapport à la qualité du bien collectif est :

$$\partial_2 V = \left[ x_t^{((\sigma-1)/\sigma)} + y_t^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} y_t^{-1/\sigma}$$

ou encore :

$$\partial_2 V = \left[ \left(\frac{1}{x_t}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{y_t}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} y_t^{-1/\sigma}$$

Naturellement, conformément aux remarques faites initialement sur le consentement à payer pour la qualité environnementale, celui ci vaut :

$$\frac{\partial_2 V}{\partial_1 V} = \left(\frac{x_t}{y_t}\right)^{1/\sigma}$$

Revenons à l'utilité marginale du bien privé :

- Si  $\sigma > 1$ , et  $\frac{y_t}{x_t} \rightarrow 0$ , alors,  $\left[ 1 + \left(\frac{y_t}{x_t}\right)^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} \rightarrow 1$  et  $\partial_1 V \rightarrow x_t^{-\sigma'}$
- Si  $\sigma < 1$ , et si l'on réécrit la formule ci-dessus comme suit :

$$\partial_1 V = \left[ \left(\frac{1}{x_t}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{y_t}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} \right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} x_t^{-1/\sigma}$$

alors si  $x_t \rightarrow +\infty$ ,  
 $\partial_1 V = \left[ (\bar{y})^{((1-\sigma\sigma')/\sigma)} \right] x_t^{-1/\sigma}$ .

Il y a donc une différence fondamentale entre les deux cas. Dans le premier l'utilité marginale sociale de la consommation est gouvernée par les formules habituelles pour le cas isoélastique. En un sens, le potentiel de bien être est limité par la satiété, réelle ou éthiquement évaluée, des besoins. Il en va tout différemment dans le second cas : l'épuisement du potentiel de bien-être provient de ce que l'on peut appeler un blocage ou un étranglement écologique.

La prise de conscience d'une telle frontière dans l'ensemble des élasticités de substitution n'est pas nouvelle. Déjà l'article fondateur qui a attiré l'attention des économistes sur les fonctions CES (Arrow, Chenery, Minhas, Solow, (1961)) note une solution de continuité, qui a été commentée de façon récurrente (voir pour un exemple parmi d'autres, Cahuc-Zylberberg, chap. 9, par. 2.3 (2001)). La différence des comportements asymptotiques de la restriction unidimensionnelle d'une fonction CES dans les zones  $\sigma < 1$  et  $\sigma \geq 1$ .<sup>19</sup> est, pour ce qui nous concerne, à l'origine de la difficulté.

Cette analyse préliminaire peut inviter à revenir sur le bien fondé de notre hypothèse simplificatrice. Nous le ferons plus tard. A ce stade, on se contentera de se demander si il y a des raisons d'exclure le second cas  $\sigma < 1$  ?

Faisons plusieurs remarques sur cette question :

- Un certain nombre d'études empiriques sur les consentements à payer pour les aménités environnementales suggèrent que  $\sigma \leq 1$ , c.a.d que le consentement à payer pour les aménités environnementales croît plus vite que la richesse privée<sup>20</sup>. Ceci serait plausible à court, moyen et sans doute moyen-long terme. Pourquoi en irait il autrement à (très) long terme, où l'alternative  $\sigma > 1$  peut elle même être douteuse. Une réconciliation possible de certaines de ces intuitions contraires ferait alors tendre  $\sigma$  vers 1 par valeurs inférieures<sup>21</sup>.

<sup>19</sup>Le sujet semble mériter une étude, qui ne semble pas disponible, sur la proximité, mathématique (au sens de topologies  $C^\infty$ ) des fonctions et sur les propriétés de continuité des solutions optimales, particulièrement au voisinage de  $\sigma = 1$ .

<sup>20</sup>Voir Krutilla et Cichetti (1972) qui plaident pour une élasticité de substitution (au plus) égale à 1.

<sup>21</sup>Qualitativement, on resterait sans doute, (peut être ?) plutôt du côté  $\sigma < 1$ .

- Il est évidemment d'autant plus difficile de se faire une idée de la bonne valeur de  $\sigma$  que ce coefficient est dans le modèle un résumé exhaustif d'informations qui portent sur les préférences mais aussi l'intensité des substitutions biens artificiels biens naturels qui seraient autorisées par les technologies disponibles dans le futur lointain.

- Les scénarios de consentement à payer pour  $\sigma < 1$ , avec une qualité environnementale constante sont peut être répliquables avec  $\sigma > 1$  et une détérioration de la qualité environnementale. Nombre de résultats ultérieurs sont susceptibles de réinterprétations en ce sens.

## 4. Les résultats

### 4.1. L'optimisation de la croissance :

L'argumentaire qui va suivre prend appui sur la proposition suivante :

**Proposition 1.** *Supposons la qualité environnementale fixée à  $y = \bar{y}$ , et considérons "l'optimum social" associé à cette valeur, calculé avec la fonction d'utilité collective introduite ici, dans une économie dont toutes les caractéristiques (pertinentes pour l'optimisation) sont notées  $(.)$ .*

*Supposons que l'optimisation conduite à recommander une croissance de la consommation privée  $g_t^*(.)$  tendant asymptotiquement vers  $g^*(.)$ , et que sur le chemin optimal, le taux de rendement social du capital physique égale  $r_t^*(.)$ .*

*Alors,*

*- en l'absence de blocage écologique :*

$$r_t^*(.) \rightarrow r^*(.), r^*(.) = g^*(.)\sigma' + \delta$$

*- avec blocage écologique :*

$$r_t^*(.) \rightarrow r^*(.), r^*(.) = g^*(.)/\sigma + \delta$$

**P roof.** La preuve est immédiate.

Les conditions d'optimalité, (égalité du taux de rendement social du capital physique et du taux de substitution social de la consommation privée entre deux périodes consécutives  $t$  et  $t + 1$ ), s'écrivent :

$$\left[ 1 + \left( \frac{\bar{y}}{x_t^* e^{g_t^*}} \right)^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left( \frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1} \right)} (x_t^* e^{g_t^*})^{-\sigma'} e^{-\delta} e^{r_t^*} = \left[ 1 + \left( \frac{\bar{y}}{x_t^*} \right)^{((\sigma-1)/\sigma)} \right]^{\left( \frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1} \right)} (x_t^*)^{-\sigma'}$$

$$\frac{\left[1 + \left(\frac{\bar{y}}{x_t^*}\right)^{((\sigma-1)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)}}{\left[1 + \left(\frac{\bar{y}}{x_t^* e^{g_t^*}}\right)^{((\sigma-1)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)}} = e^{-g_t^* \sigma'} e^{-\delta} e^{r_t^*}$$

Si la consommation croît asymptotiquement à un taux  $g^*$ , alors à un terme suffisamment long, la consommation est de l'ordre de  $e^{g^* t}$ .

- Il en résulte que si  $\sigma > 1$ , le membre de droite tend vers 1, d'où la première conclusion.
- Si  $\sigma < 1$ , les conditions d'optimalité se réécrivent :

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{x_t^*}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{\bar{y}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} (x_t^*)^{-1/\sigma}}{\left[\left(\frac{1}{x_t^* e^{g_t^*}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{\bar{y}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)} (x_t^* e^{g_t^*})^{-1/\sigma}} = e^{-\delta} e^{r_t^*}$$

Soit :

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{x_t^*}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{\bar{y}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)}}{\left[\left(\frac{1}{x_t^* e^{g_t^*}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)} + \left(\frac{1}{\bar{y}}\right)^{((1-\sigma)/\sigma)}\right]^{\left(\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}\right)}} = e^{-\delta} e^{r_t^*} e^{-g_t^*/\sigma}$$

Comme, pour la raison évoquée ci-dessus, le membre de gauche tend vers 1, la conclusion s'ensuit ■

Il convient de commenter cet énoncé plus longuement.

- La différence radicale entre les deux situations : blocage et absence de blocage, (étranglement ou absence d'étranglement) et la discontinuité associée au passage de  $\sigma = 1$ , (Cobb-Douglas) renvoie aux remarques antérieures. Comme le commentaire du paragraphe 2 l'avait souligné, le passage de  $\sigma \geq 1$  à  $\sigma < 1$  fait passer d'une fonction d'utilité non bornée à une fonction d'utilité bornée par les caractéristiques de la situation écologique.



- L'énoncé souligne que le résultat dépend de l'ensemble des caractéristiques pertinentes pour l'optimisation sociale, notées  $(.)$ , et ces caractéristiques incluent  $\sigma, \sigma', \delta$ . Il faut donc se garder de tout exercice imprudent de statique comparative : par exemple la formule n'implique pas que, toutes choses égales par ailleurs, un  $\sigma'$  plus élevé conduise à un  $r^*$  plus élevé<sup>22</sup>.
- Troisième commentaire : Le résultat suppose, bien entendu, comme on l'a déjà souligné, que l'optimisation conduise à une croissance à taux constant, et que dans le cas où la croissance se fait à un taux positif, le problème d'optimisation ait une solution, ce qui appelle  $\sigma' > 1$ . Notons aussi que dès lors que l'optimum social existe, les formules ci-dessus ont des contreparties, même si l'optimum n'est pas à taux constant. L'analyse qui va être faite est donc susceptible d'être amendée, sans être rendue caduque, dans le cadre suggéré.
- Le taux de rendement social auquel il est fait allusion ici ne coïncide pas nécessairement avec le taux de rendement privé du capital physique, même si c'est le cas dans les modèles de croissance traditionnels. La formule est donc compatible avec une optimisation sociale de "second best", soit à cause de contraintes, par exemple informationnelles, sur la politique économique, soit parce que l'hypothèse de laissez faire dans le secteur privé n'est pas compatible avec la réalisation décentralisée de l'optimum premier<sup>23</sup>.
- Les formules ci-dessus, réécrites en oubliant la référence à l'économie sous jacente, et en faisant tendre  $\delta$  vers zéro (on dit alors que "les considérations éthiques deviennent prépondérantes"), deviennent plus lisibles :

**Corollary 2.** : *Lorsque les considérations éthiques deviennent prépondérantes, alors,*

$r^* \longrightarrow g^* \sigma'$ , *en l'absence de blocage écologique*

$r^* \longrightarrow g^* / \sigma$ , *en cas de blocage écologique.*

---

<sup>22</sup>Par exemple dans le modèle AK évoqué ci-dessus, le taux d'intérêt est fixe et donné par les conditions de la production (qui découlent en partie d'externalités dont l'intensité a un caractère ad hoc). La formule ci-dessus détermine donc le taux de croissance optimal, par exemple si  $\sigma > 1$ ,  $g^* = r^* / \sigma' + \delta / \sigma'$

<sup>23</sup>Ainsi, le taux de rendement social du capital n'est pas nécessairement un taux de marché, même si c'est le cas dans les modèles de croissance traditionnels ou dans les modèles de second best impliquant soit la "CC-efficiency" (Guesnerie (1979)), soit la "production efficiency" (Diamond-Mirlees (1971)). Ces propriétés sont discutées dans le chapitre 5 de Guesnerie (1995)

Il faut noter que le cas limite  $\sigma = 1$ , (Cobb-Douglas), requiert une analyse spécifique qui n'est pas faite ici.

- Une exercice numérique, fait dans le cas  $\delta = 0$ , et essentiellement illustratif<sup>24</sup>, peut être esquissé : prenant  $g = 2,5$ ,  $\sigma' = 2$ ,<sup>25</sup> le taux associé à la situation de non blocage est de 5 pour cent, dans la fourchette des recommandations parfois faites. Par contre en cas de blocage, avec  $\sigma = 0,9$ , on obtient un taux plus faible de 2,8 pour cent..

#### 4.2. Le calcul économique écologique.

On appellera *calcul économique écologique* le calcul qui doit être fait aujourd'hui pour évaluer la pertinence d'une action visant à améliorer la situation écologique des générations suivantes. Je m'intéresse au calcul écologique à long terme visant à améliorer la situation écologique à long terme.

L'action prototypique examinée est une action simple de la forme suivante : un investissement de coût  $C$  à l'époque zéro amène à une amélioration  $\epsilon$  de la situation écologique à l'époque  $T$ . (et à l'époque  $T$  seulement)

Le calcul économique proposé, qui prend comme on l'a dit ci-dessus le point de vue de la "réforme", doit évaluer, à la marge de la situation considérée,<sup>26</sup> l'intérêt social de cette action : est elle souhaitable ? L'analyse ne préjuge donc pas des caractéristiques de la politique écologique "optimale" et de l'évolution "optimale" de long terme de la qualité écologique<sup>27</sup>.

D'une certaine façon, le calcul économique à conduire pour répondre à la question peut être fait à partir de la connaissance de la valeur pour la génération  $T$  de l'amélioration et du taux d'actualisation privé déterminé précédemment.

Soit  $V_y^T$ , le consentement à payer de la génération  $T$  pour une amélioration unitaire de la qualité écologique. La valeur sociale d'une unité de bien privé disponible à l'époque  $t$ , est, de par l'optimisation  $\Pi_{t=1}^T(e^{-r^*t})$ , ce qui vaut approximativement,

---

<sup>24</sup>Il faudrait, pour aller au delà de l'illustration, une discussion et un commentaire de l'exercice beaucoup plus longs.

<sup>25</sup>Soit avec  $r = 5$  dans le cadre d'un modèle AK.

<sup>26</sup>Pour un examen approfondi des relations entre le point de vue de la réforme et celui de l'optimisation, le lecteur pourra se reporter à Guesnerie (1995) et en particulier aux chapitres 3 et 5 de l'ouvrage.

<sup>27</sup>Cependant, les relations soulignées ci-dessus seraient vérifiées par les taux d'actualisation associés à l'optimum écologique si, l'optimisation écologique conduisait à une qualité écologique asymptotiquement constante.

dans le long terme,  $e^{-r^*T}$ . L'investissement est donc rentable à "long terme" si et seulement si :

$$C \leq \epsilon V_y^T e^{-\Pi(e^{-r^*})T} \simeq \epsilon V_y^T e^{-r^*T}$$

En fait, l'information disponible porte sur le consentement à payer de la génération 0 pour une amélioration unitaire de la qualité écologique  $V_0^T$ . Le glissement entre  $V_y^T$  et  $V_0^T$  a la même nature qu'un prix relatif et il est naturel et conforme à la pratique d'introduire  $V_0^T$  dans le calcul économique, un calcul économique que j'appellerais "calcul écologique standard".

On appellera **taux d'actualisation écologique standard (à long terme)** le nombre  $\lim_T \rho^*(T)$  où  $\rho^*(T)$  est le nombre qui doit être pris en compte pour que la comparaison de  $C$  d'une part et  $\epsilon V_0^T e^{-\rho^*(T)T}$  d'autre part, conduise à la décision convenable, pour  $T$  élevé.

Dans ce cas, l'investissement écologique est donc rentable si :

$$C \leq \epsilon V_0^T e^{-\rho^*(T)T} \simeq \epsilon V_0^T e^{-\rho^*T}$$

Le taux d'actualisation écologique standard renvoie, dans le contexte à l'étude, à la notion de taux d'intérêt propre, qui dans la théorie de l'équilibre général intertemporel résume les effets cumulés du taux d'actualisation du numéraire et des glissements du prix d'un bien relatif au dit numéraire.

Le résultat suivant caractérise le taux d'actualisation écologique à long terme dans le cas où la préférence pure pour le présent s'évanouit.

**Proposition 3.** *Le taux d'actualisation écologique standard à long terme, **valable à la marge** des optimas sociaux caractérisés dans la proposition précédente tend vers les valeurs suivantes, lorsque les considérations éthiques deviennent prépondérantes :*

1-  $\rho^*(T) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \rho^* = g^* \sigma' - g^* / \sigma = g^*(\sigma' - 1/\sigma)$  en l'absence de blocage écologique.

2-  $\rho^*(T) \longrightarrow 0$ , en présence de blocage écologique.

**P roof.** Avec les notations précédentes, il faut comparer :

$C \partial_1 V(0)$ , le coût social infligé à la génération 0, et :

la valeur sociale de l'opération pour la génération  $T$  soit  $\epsilon e^{-\delta T} (\frac{\partial_2 V(T)}{\partial_1 V(T)}) \partial_1 V(T)$ .,

soit encore  $C$ , d'une part, et :

$(\epsilon) (\frac{\partial_2 V(0)}{\partial_1 V(0)}) (e^{-\delta T}) [(\frac{\partial_2 V(T)}{\partial_1 V(T)}) / (\frac{\partial_2 V(0)}{\partial_1 V(0)})] (\frac{\partial_1 V(T)}{\partial_1 V(0)})$ ., d'autre part.

Mais la parenthèse [] dans la seconde expression est approximativement, ” à long terme”, égale à

$$e^{(g^*/\sigma)T} : \text{ ceci résulte du fait démontré précédemment que } \left( \frac{\partial_2 V(t)}{\partial_1 V(t)} \right) = \left( \frac{x_t}{\bar{y}} \right)^{1/\sigma}.$$

La parenthèse suivante est de l’ordre de  $e^{-r^*T}$ , de telle sorte que l’expression est ”approximativement”

$$\epsilon V_0^T e^{-(r^*-g^*/\sigma+\delta)T}$$

Remplacer  $r^*$  par sa valeur tirée de la proposition 1, selon qu’il y a ou non blocage écologique, conduit

à l’énoncé. ■

Notons plusieurs points :

- Le résultat a été énoncé, sous sa forme la plus spectaculaire, c.a.d quand les considérations éthiques deviennent prépondérantes. Les formules qui tiennent compte du taux de préférence pure pour le présent sont les suivantes :

- 1-  $\rho^* = g^*\sigma' - g^*/\sigma + \delta = g^*(\sigma' - 1/\sigma) + \delta$  en l’absence de blocage écologique.
- 2-  $\rho^* = \delta$ , en présence de blocage écologique.

- Nous remarquons, comme la cohérence des résultats le demande, que dans le cas  $\sigma = +\infty$ , c’est à dire lorsque bien privé et bien environnemental sont complètement substituables,  $\rho^*$  est bien égal à  $g^*\sigma'$ ,
- La différence entre le cas de blocage écologique et le cas d’absence de blocage est à nouveau spectaculaire. La première situation illustre un effet prix relatif qu’on pourrait appeler classique, quand la seconde conduit à un effet plus radical. Il est particulièrement remarquable que le taux d’actualisation écologique,  $\rho^* = \delta$ , ne dépende plus des caractéristiques de l’économie, (autre que  $\sigma$ ), et des modalités de la croissance optimale. Il en dépend bien sûr dans le premier cas où la formule<sup>28</sup> devrait être écrite :  $\rho^*(.) = g^*(.)\sigma' - g^*(.)/\sigma + \delta$
- Il vaut la peine de reprendre ce calcul dans le cas où la situation de référence comporte une dégradation à taux constant  $g'$  de la qualité environnementale :  $y_t = (\bar{y}) - g'^t$ . Une inspection de l’argument montre qu’il faut remplacer  $g^*$  dans la formule

$$\epsilon V_0^T e^{-(r^*-g^*/\sigma+\delta)T}$$

---

<sup>28</sup>Dans le modèle AK évoqué ci-dessus, avec taux d’intérêt exogène  $R$ , le lecteur vérifiera que cette formule devient :

$$\rho^*(.) = R(1 - 1/(\sigma\sigma')) + \delta/\sigma\sigma'.$$

par  $g^* + g'$

On a alors, à nouveau dans une logique de réforme.

**Proposition 4.** *Le taux d'actualisation écologique standard à long terme, valable à la marge des optimas sociaux caractérisés dans la proposition précédente<sup>29</sup> prend les valeurs suivantes, lorsque les considérations éthiques deviennent prépondérantes :*

1-  $\rho^* = g^*\sigma' - g^*/\sigma - g'/\sigma = g^*\sigma' - (1/\sigma)(g^* + g')$  en l'absence de blocage écologique.

2-  $\rho^* = -(g'/\sigma)$ , en présence de blocage écologique.

Notons ici que le taux d'actualisation écologique est toujours négatif en cas de blocage écologique mais qu'il peut l'être sous des valeurs plausibles des paramètres dans le premier cas.

### 4.3. Taux d'actualisation à long terme sous incertitude

Le cadre que nous adoptons est le même que précédemment. Cependant, la génération zéro est confrontée à une incertitude, qui porte sur le paramètre de préférence individuelle  $\sigma$ , sur l'autre paramètre de préférences  $\sigma'$ , interprétée ici comme une incertitude sur l'élasticité de l'utilité marginale, concept cardinal pour nous, et enfin sur les caractéristiques du système productif. Acceptons pour simplifier l'exposé que la réalisation des aléas ci-dessus décrits porte sur un nombre fini de valeurs des paramètres pertinents. Faisons l'hypothèse que toute l'incertitude sera levée à la même<sup>30</sup> date ultérieure "pas trop lointaine" A cette date l'optimisation à long terme conduira à des chemins optimaux qui ont les mêmes caractéristiques qualitatives que celles décrites précédemment (c'est une hypothèse a priori très plausible...). L'argument esquissé dans la section 2 se transpose ici et conduit à énoncer.

**Proposition 5.** : *Dans le cadre présenté ci-dessus, si l'optimisation sociale après levée de l'incertitude conduit à un chemin de croissance de la consommation*

---

<sup>29</sup>Noter cependant que la plausibilité d'une croissance optimale à taux constant de la consommation privée peut être affectée par l'hypothèse de détérioration du capital écologique : ceci est susceptible de restreindre le champ de validité de la proposition.

<sup>30</sup>Ceci n'est pas essentiel pour le raisonnement. par contre le fait que la date ne soit pas trop lointaine joue un rôle....

asymptotiquement à taux constant, et si les considérations éthiques deviennent prépondérantes, alors :

- Si la probabilité de blocage écologique est nulle :

Le taux d'actualisation à long terme pertinent pour les biens privés est :

$$\text{Min}(g\sigma') + \delta$$

Ou dans le cas où les incertitudes seraient indépendantes :

$$\text{Min}(g)\text{Min}(\sigma') + \delta$$

Le taux d'actualisation écologique standard à long terme est, à la marge du scénario ci-dessus est :  $\text{Min}(g\sigma' - (g/\sigma))$

- Si la probabilité de blocage écologique n'est pas nulle :

**Le taux d'actualisation écologique standard à long terme égale  $\delta$  et tend donc vers zéro, lorsque les considérations éthiques deviennent prépondérantes.**

Cette dernière assertion constitue le résultat principal de ce texte : elle paraîtra particulièrement significative si l'on juge difficile dans l'état de nos connaissances d'écarter la possibilité décrite ici comme étranglement ou blocage écologique. Nous allons reprendre ce résultat sous une forme qui se veut plus évocatrice et met en évidence des circonstances où un taux d'actualisation écologique positif ou nul est impossible.

**Proposition 6.** *Dans le cadre du modèle précédemment exposé, les affirmations suivantes ne peuvent être simultanément exactes :*

- la consommation privée optimisée croît à long terme asymptotiquement à taux constant.; la situation écologique est détériorée dans le long terme et la probabilité de blocage écologique n'est pas nulle

- Le taux d'actualisation écologique standard, à long terme est positif, même si les considérations éthiques sont dominantes.

La preuve s'obtient immédiatement par combinaison des énoncés précédents. La première assertion de l'énoncé fait écho à des conjectures dont on peut supposer (en supposant levées les difficultés d'explication de la notion de blocage écologique). qu'elles sont largement partagées dans la société, y compris dans le monde savant des économistes. On peut imaginer (redouter ?) que la seconde affirmation soit plébiscitée par une partie des économistes professionnels. Le fait que ces deux affirmations sont incompatibles, en regard des raisonnements simples présentés ici, constitue le résultat principal de cette étude.

Notons avant de conclure, même si ce n'est pas notre propos essentiel et même si c'est dans une moindre mesure, que l'incertitude modifie également, les taux d'actualisation du bien privé. Par exemple, on peut arguer que  $\text{Min}(g\sigma')$  se situe en dessous de 2,5 alors que le précédent exercice numérique arguait que la valeur de 5. était plausible. Par ailleurs même si la probabilité de blocage écologique était nulle, le taux écologique standard, sous l'hypothèse d'un faible  $\delta$ , descendrait en dessous de 1 (avec  $\text{Min} \sigma\sigma' = 1,5$ )

## 5. Conclusion.

L'analyse présentée ici a toute une série de limitations sur lequel on peut revenir brièvement en conclusion. Rappelons les, en partant de celle qui sont sans doute les plus anodines au moins anodines.

Dire que l'absence de recours d'un modèle bouclé est anodin est évidemment excessif : les conséquences de l'analyse ne peuvent être pleinement appréhendées que dans un modèle où l'optimisation de la croissance est pleinement explicitée (voir notes de bas de page ...). De même, et comme à nouveau cela a été souligné, l'exercice est un complément et non un substitut à la réflexion sur l'optimisation des politiques écologiques. Il n'en reste pas moins que le "zoom" fait ici sur un aspect de ce problème conduit à des développements dont l'autonomie, est, du point de vue de la méthode analytique, pleinement justifiée.

Deuxième réserve, elle aussi assez évidente. La formalisation du bien être adoptée ici, est très spécifique. De fait, les premières versions du travail précédant ce texte faisaient référence à une forme fonctionnelle plus générale<sup>31</sup>. Le choix de formalisation finalement fait ici s'alimente à une double conviction, d'une part qu'elle facilite une compréhension intuitive des résultats, d'autre part, et c'est une conjecture dont il ne sera pas débattu ici, que les principaux résultats qualitatifs soulignés sont robustes au choix de la forme fonctionnelle. Il n'en reste pas moins que dans le cadre retenu, la réflexion sur la contribution de l'environnement au bien être est nécessairement sommaire. Beaucoup de directions de généralisation de la réflexion sont ouvertes, qu'elles portent sur l'analyse bouclée des choix de production, comme suggéré il y a quelques

---

<sup>31</sup>Forme à laquelle plusieurs commentaires qui m'ont été faits suggéraient de revenir.

lignes, ou sur les préférences. Il faudrait bien sûr, revenir alors sur le sens de l'agrégation des aménités environnementales.

Un lacune évidente de l'analyse concerne la question de la "longueur du long terme" : les résultats sont ils censés s'appliquer à des horizons de 50, 100 ou 1000 ans ? La question est pertinente et aurait pu être traitée superficiellement dans le cadre du modèle. Un traitement moins superficiel requiert sans doute une réflexion spécifique sur les modalités et les probabilités (la longueur du long terme en dépend comme on l'a souligné dans le paragraphe 1) de l'étranglement écologique.

Last but not least : ce qui se passe entre aujourd'hui et le long terme de l'analyse renvoie à un scénario, décrit dans le paragraphe précédent, et qui est à l'évidence simpliste. Un scénario plus réaliste, celui de l'arrivée morcellée et progressive de l'information, permettrait de relier mieux l'analyse à d'autres corpus, par exemple<sup>32</sup> à la réflexion traditionnelle sur la valeur d'option, (Henry (1974), Hua Dong et alii (1999)) dont j'ai plaidé par ailleurs le caractère stratégique dans la réflexion sur les politiques climatiques (Guesnerie (2002)).

Terminons en soulignant pourquoi et jusqu'à quel point l'analyse faite ici semble bien capturer une partie de ce que l'on peut appeler l'intuition écologique. Notons d'abord que dans la logique de la parabole développée ici, le taux de préférence pour le présent devrait refléter uniquement les considérations éthiques, puisque l'incertitude qu'il sert parfois à prendre implicitement en compte est intégrée à l'analyse et non extérieure à elle. Dans ce cas, un position éthique conséquente consiste non à prendre  $\delta = 1$ , mais par exemple à une valeur proche de 1, reflétant la probabilité de survie de la planète. Il en résulte que les valorisations à affecter aux bénéfices écologiques longs cessent d'être négligeables : un bénéfice  $\varepsilon$  apporté à toutes les générations futures au delà de la période  $T$ ,  $T$  étant petit par rapport à  $1/(1 - \delta)$ , et au voisinage d'une situation stationnaire, devrait être valorisé approximativement à  $(1/(1 - \delta))\varepsilon$ , là où la valorisation standard, même pour des taux d'actualisation faibles rend ce bénéfice proche de zéro,<sup>33</sup> dès que  $T$  est grand.

---

<sup>32</sup>mais aussi par exemple au principe de précaution : voir Kourilsky-Viney (2001) et Godard (1997)

<sup>33</sup>Ce qui est en cause ici est la valeur relative de  $r$  d'une part, et de  $1/T$  d'autre part .



Nous voilà sans doute moins éloigné de satisfaire à la sorte d'impératif catégorique écologique que suggèrent certaines des réflexions philosophiques évoquées en introduction. Naturellement la société peut ne pas reprendre à son compte l'altruisme générationnel impliqué par ce que l'on a appelé la "position éthique conséquente". Il n'en reste pas moins que l'analyse donne une certaine consistance à l'opinion que refuser d'agir pour le long terme de la planète reflète bien l'égoïsme intergénérationnel fustigé par les auteurs précédemment cités et non seulement un calcul économique réfléchi.

D'où vient cette réhabilitation "économique" de l'intuition écologique ? Essentiellement d'une interaction entre la substituabilité et l'incertitude. Le fait que la substituabilité entre biens environnementaux et biens privés est un paramètre stratégique de l'analyse, a été souligné par d'autres auteurs (Neumayer(1999)<sup>34</sup>). Les effets de cette substituabilité se reflètent bien, et sans trop de surprises, dans la première formule de la proposition 2, mais jouent un rôle plus radical, à cause de l'incertitude, dès lors qu'elle ne permet pas d'écarter la possibilité du phénomène de blocage écologique. Contre l'argument traditionnel, l'inutilité d'aider les générations lointaines en tout état de cause plus riches que nous, l'analyse développée ici fait valoir que cet argument ne s'applique qu'aux biens privés : compte tenu de l'importance qu'elle pourra avoir pour elles, la qualité environnementale est non seulement le don le plus efficace que nous puissions faire aux générations futures mais c'est aussi un don dont la désirabilité, du point de vue d'une certaine éthique, peut être appréciée grâce à un calcul économique réfléchi.

Naturellement, l'immense problème qui vient d'être évoqué n'est pas épuisé par les pages qui précèdent. Mais la réflexion dans le sens suggéré ici peut être prolongée, c'est du moins la conviction et le vœu exprimés ici, soit dans des cadres abstraits comme celui de cet article, soit dans le cadre de chantiers spécifiques qui relèvent de la thématique du Développement Durable.

## 6. Bibliography

---

<sup>34</sup>Son article, dont je prends connaissance avant de mettre sous presse, a un titre éloquent : "Global warming : discounting is not the issue, substitutability is".

- Arrow K, Chenery H, Minhas B., Solow R. (1961) "Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency", *The Review of Economic and Statistics*, 43, 3, 225-250
- Ayong le Kama, K. Schubert (2003) "The consequences of endogenous discounting depending on the environmental quality", mimeo, Université de Paris 1.
- Barro R., Sala-i-Martin X (1995) "Economic growth", McGraw-Hill
- Bernard A. (1972) "Calcul économique et Planification", la Documentation Française.
- Brundtland G.(1987) "Notre avenir à tous", rapport des Nations Unies
- Dasgupta P. (2001) "Human Well-Being and the Natural Environment", Chapter 6, Oxford University Press
- Cahuc P. et Zylberberg A. (2001) "Le marché du travail" , chapitre 9, par. 2.3, De Boeck.
- Diamond P, Mirrlees J; (1971) "Optimal production and public production", *American Economic Review*, 61, 8-27, 261-78.
- Dupuy J.P (2001) "Le catastrophisme éclairé", Le Seuil,
- Heal G. (1998) "Valuing the future : economic theory and sustainability." Columbia University Press.
- Henry C. (1974) "Option values in the economics of irreplaceable assets" *Review of Economic Studies*, 89-104.
- Henry C. (2000) "Growth, Intergenerational Equity and the use of Natural Resources", Note de discussion. Lab oratoire d'Econométrie de l'Ecole Polytechnique
- Jonas H. (1990) "Le principe de responsabilité", Editions du Cerf.
- Lecoq F., Hourcade J.C (2002) "Incertitude, irréversibilités et actualisation dans les calculs économiques sur l'effet de serre", in "Kyoto et l'économie de l'effet de serre", La Documentation Française, Complément D.
- Lomborg B. (2000) "The skeptical environmentalist", Cambridge University Press.
- Godard O, (1997) (dir.), *Le principe de précaution dans la conduite des affaires humaines*. Paris, Éd. de la Maison des sciences de l'homme et INRA-Éditions, 1997.
- Guesnerie R. 1975) "Production of the public sector and taxation in a simple second best model", *Journal of Economic Theory*, 1à, 127-56.
- Guesnerie R. (1977) "On the direction of tax reform", *Journal of Public Economics*, 7,2, 179-202.

- Guesnerie R. (1995) "A contribution to the pure theory of taxation", Cambridge University Press.
- Guesnerie R. (2002) "Les enjeux économiques de l'effet de serre", in "L'économie de l'effet de serre", la Documentation Française.
- Guesnerie R., Woodford M (1992) "Endogenous fluctuations", in Advances in economic theory, Econometric Society Monograph, Cambridge University Press, 289-412.
- Ha-Duong M, Grubb M et. Hourcade J.C, (1997) "Influence of socio-economic inertia and uncertainty on optimal CO<sub>2</sub>-emissions abatment", Nature, Vol. 390.
- Harrod R. (1948) "Towards a dynamic economics, Mac Millan, London.
- Hotelling H. (1931) "The economics of exhaustible resources", Journal of Political Economy, 137-175.
- Krutilla J. Cichetti C. (1972) "Evaluating benefits of environmental resources with special applications to the Hells Canyon", Natural Resources Journal, 12, 1-29
- Kourilsky P; et G. Viney, (2000). Le principe de précaution. Rapport au Premier ministre. Paris, éd. Odile Jacob, 2000 ;
- Lecoq F., Hourcade J.C (2002) "Incertitude, irréversibilités et actualisation dans les calculs économiques sur l'effet de serre", in "Kyoto et l'économie de l'effet de serre", La Documentation Française, Complément D.
- Chakravorty U, .Magné B. Moreaux M. (2003) "Plafond de concentration atmosphérique en carbone et plafond de ressources énergétiques", mimeo, LEERNA, Toulouse 1.
- Malinvaud E (1953) "Capital accumulation and efficient allocation of resources", *Econometrica*,
- Milleron J.C, Guesnerie R., Crémieux M. (1978) "Calcul économique et décisions publiques", La Documentation Française.
- Nordhaus W (1993) "Rolling the DICE :an optimal transition path for controlling greenhouse gases" *Resource and Energy Economics*, 15, 27-50.
- NordhausW, et Boyer. J (2000). "Roll the DICE Again : The Economics of Global Warning.", MIT Press
- Neumayer E. (1999) "Global warming : discounting is not the issue but substitutability is." *Energy Policy*, 33-43.
- Ramsey F. (1928) "A mathematical theory of saving", *Economic Journal*, 38, 543-559.
- Sato R. (1975) "The most general class of CES functions", *Econometrica*, 43, 5-6, p. 999-1004.

Weitzman M. (200 ) "Gamma discounting", American Economic Review, 91, 1, p. 260- 271.